2º tratado - [illegible]

336

Muchos años

Muchos años me guarde

Muchos

Muchos años

Muchos

Muchos años me guarde

Muchos años

Muchos

Mucho

Muchos

Muchos años me guarde

Muchos

Muchos

El Author de este libro es Jacobo Fabro.

De la libreria del Colegio del Angel.

Muchos años Muchos años

Muchos años

Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos a

Muchos años Muchos años Muchos años

Este libro es del conv.to del S.or Angel de la guarda de carmelitas descalços de Sevilla

Muchos años mill

Muchos años Muchos años

Muchos años

n Vmerus est multitudo ex vnitatibus aggregata.
Numerus secundum se sumptus est numerus qui in comparatione ad alterum minime consideratur/neq; vt ad figuras geometricas applicatur.

Numerus ad aliquid: est qui in comparatione ad alterũ sumptus cõsideratur.

Numerus secundũ figurã dicit: prout ad figuras geometricas applicatur.

Numerus par est qui in duo equa diuidi potest.

Numerus impar est qui in duo equa minime diuidi potest.

Numerus pariter par: est numerus par cuius partes in duo equa ad vnitatem vsq; sectionem recipiunt.

Numerus pariter impar est numerus par cuius media equaliũ partitionẽ nõ admittunt.

Numerus impariter par: est numerus par cuius media equaliũ partitionẽ admittũt/sed partium in duo equa partitio citra vnitatem deficit.

Numerus perfectus est numerus par: cuius oẽs cõposite simulq; accepte partes: sui totius summã implent. pars est que aliquoties sũpta neq; excrescẽdo neq; deficiendo suum totum metitur.

Numerus diminutus est cuius collecte partes: minus ipso toto reddunt. qui et imperfectus dicitur.

Numerus abũdans: est cuius in vnum adacte partes totius summã excedũt. qui et idem superfluus nuncupatur.

Numerus primus est numerus impar: qui sola vnitate metitur. et idẽ quoq; incompositus nominatur.

Numerus compositus est numerus: quem non sola vnitas sed et alter numerus ipsum mensurat. qui et idem secundus appellatur.

Numerus solum ad alterum primus est numerus qui secundum se compositus est: ad alterum vero comparatus sola cum illo communi metitur vnitate. par. impar.

¶ Iudoci Clichtouei Neoportuensis in Epitomen
Arithmeticã Iacobi Stapulensis commentarius.

m Athematice disciplinę sunt que peculiarem quantitatis determinationem curãt. aut continue/vt geometria et astronomia. Geometria quidem magnitudinis simpliciter Astronomia vero magnitudinis orbium celestiũ. Aut discrete: vt arithmetica et musica. Arithmetica quidem numeri absoluti. Musica vero numeri harmonici. His neglectis: omnis sane obscuratur disciplina: q2 disciplinę omnes reliquę earũ egent presidio/haud minus q̃ grammatice aut logice. Nõ enim in naturali philosophia rectam magnitudinum assequetur intelligentiam: qui geometrie fuerit expers/nec proportiones virtutis motiue ad mobile plane capiet: qui arithmetice sit ignarus. In morali aũt philosophia de iustitia cõmutiũ distributiua/commertiorumq; cõmutatiua quis apte differet: arithmeticam medietatem et geometricam non exacte percallens/ Deniq; ad diuina assurgendi preclusa est facultas si mathematicarum disciplinarum desit presidium: que vel maximum prebent diuinorum cognoscendorum adminiculum. Hinc philosophus in logicis et physicis sepius adducit exempla mathematica q2 adolescẽtũ aios mathematicis disciplinis esse institutos supponat: anteq̃ logicam aut naturalẽ phiam aggrediãt. ¶ Inter illas aũt arithmetica primũ vendicat locũ: q2 ceteris/geometria/musica/astronomia sit prior. Geometria quidem: q2 de abstractioribus sit et simplicioribus/ vtpote numeris absolutis: a quibus geometricarum figurarum vocabula suam sumunt denominationem/ vt tri-

[illegible]
[illegible]
[illegible]

angulus a tribus/quadrangulus a quatuor Itaqȝ sublatis numeris: aufertur triangulus et quadrā gulus. At si triangulus remoueatur et quadrangulus: non est necesse tria et quatuor sustolli. quare ex priorum/posteriorumqȝ conditione cognoscunt̃ numeri magnitudinibus priores.

Euclides ¶ Proinde Euclides in septio/octauo/et nono libris sue geometrie de numeris determinat et dis serit: ꝙ corū cognitio ad ꝓportiões magnitudinū cognoscēdas sit sūmope necessaria. Porro cum arithmetica numerū simpliciter cōsideret/musica vero numerū harmonicū: sitqȝ hec subalternata illa vero subalternās: ꝑspicuū est arithmeticā musica priorē esse. Cū itidē geometria de magnitudine absolute determinet/Astronomia vero de magnitudine orbiū celestiū ipsi geometrie subalternata: cōstat et geometriā astronomia priorē esse. quare arithmetica q̄ geometriā p̄cedere ostēsa est: et ipsā astronomiā anteire cognoscit̃. Quod eni priore prius est: et posteriore pri⁹ erit. Omitto ꝙ supputatiões motuū celestiū. defectuū sol̃ aut lune sine arithmetica recte haberi nō possint.

¶ Vt aūt arithmetica cognoscat̃. idiget adminiculo itroductionis sicut et alie omnes discipline. Presens quidē itroductio quatuor p̄cipue ptractat. Primo oim q̄ arithmetica cōsiderar certa serie collectorū diuisionē. scd'o eorūdē diffinitionē. tertio nūerorū ꝓprietates eodē ordine subiunctas. quarto formulā ostendētē ex quo loco singule ꝓprietates demōstrent̃ a Iordano/aut declarent̃ a diuo Seuerino Boetio. ¶ In istis aūt diuisiōib⁹ iprimis obseruādū ē ꝙ diuisū repetat̃ sil' cū mēbris diuidētib⁹. vt nūerorū pariū ali⁹ est par diminut⁹/ali⁹ par abūdās. cū etiā ipares diminuti et abundātes iueniāt̃. Sic nūerorū ipariū ali⁹ est ipar prim⁹/ali⁹ ipar cōpositus/ali⁹ ipar ad alterū primus. cū pariū itidē aliqs prim⁹ sit/aliqs cōposit⁹/et aliqs ad alterū prim⁹. Preterea i diuisiōe maioris inequalitatis p mēbra simplicia (vt auctores factitare solēt) intelligēda sūt cōposita: vt ex primo et secūdo mēbro: q̄rtū scȝ multiplex supparticularis. Et ex primo et tertio quītū scȝ multiplex suppartiens. Ex scd'o aūt et tertio nō pōt cōponi mēbrū/neqȝ ex primo scd'o et tertio sil' iūctis: ꝙ rō supparticularis et suppartiētis repugnātes sint/eideqȝ minime cōpetere numero possint Et quēadmodū ex vnius relatiuorū diffinitiōe/alteri⁹ diffinitio cognoscit̃: ita ex vni⁹ diuisiōe alteri⁹ diuisio/nam cōsist diuidūt̃. vt minor iequalitas i easdē species in quas maior ieq̄litas p̄posita p̄pōne sub: noib⁹ specierū maioris ineq̄litatis. vt i submultiplicē/subsuppticularē subsuppartiētē/submultiplicē sub supparticularē/submultiplicē subsuppartiētē. q̄rū q̄libet deide i ꝓprias species diuidit̃. Postea nūerus scd'm figurā analogia magnitudinū diuidit̃ in linearē/planū siue supficialē/et solidū/corporeumqȝ. Planus ad silitudinē figure rectilinee species habet a nūero angulorū sūptas: vt trigonū a tribus angulis denoiatū/et tetragonū a q̄tuor: et ita ꝓgrediēdo nōmō ad dodecagonū/ duodecimqȝ angulorū nūerū/verūetiā i ifinitū quēadmodū series nūerorū crescit. qd' etiā i specieb⁹ maioris iequalitatis aut minoris noiandis seruādū elt. Nā nō solū ille sūt q̄ i formula exprimunt̃: sed et alie cōtinua ꝓgressiōe quātūlibet fiat sūpte. Demū ea q̄ quarto ponūt̃ limite fere in medio: nō sunt noua mēbra diuidētia sed declaratiua exēplorū mēbris q̄bus respōdēt subiūctorū. Nēpe cū curte pyramides ex numeris tetragonis sil' iūctis nascāt̃: subnectūt̃ exēplo pro q̄libet specie curte pyramidis posito sui tetragoni ex q̄b⁹ cōsurgit. vt curte pyramidis 29: tetragoni sūt. 16. 9. 4. Nā tres illi tetragonales nūeri sil' iūcti cōstituūt 29. Ita biscurte pyramidis 25 tetragoni sunt 16. 9. ꝙ sil' sūpti cōponāt 25. sicut 25 et 16 cōiūcti faciūt 41. Sic laterculi 18 latera sūt 3. 3. 2. nā tres illi recte i se ducti cōstituūt 8. vt ducāt̃ prim⁹ i scd'm: ter tria sūt nouē. deide tertius numerus ducāt̃ in ꝓductū ex primo et scd'o vt bis nouē cōficiūt 18. Ita asseris 12/latera sūt 2. 2. 3. nā bis duo sūt q̄tuor et ter quatuor sūt duodeci. Sic de cunei et parallelepipedi lateribus dicendū. Deniqȝ medietas (q̄ et ꝓportionalitas dicit̃) i tres precipuas diducit̃ species: primā arithmeticā/scd'am geometricā/et tertiā musicam quibus subiunguntur alie septē: ab ordie solū/nomē sortite. vt quarta/quita/&c. Et habet se medietas ad proportionem (que easdem prorsus habet species quas numerus ad aliquid) sicut totum ad suam partem. Continet eni omnis medietas ad minus duas proportiões: sicut omnis proportio duos numeros vt sua extrema.

Numerus c Vm duplex sit numerus: hic numerās/ille vero nūeratus: diffinit̃ hic nūerus absolutus et numerās (de quo solo arithmetica determinationē suscipit) ꝙ multitudo est ex vnitatibus aggregata. Vnitatibus inquā numerantibus/ ex quibus numerus ois cōponit̃. vt binarius multitudo est ex duabus vnitatibus aggregata / ternarius ex tribus / quaternarius ex quatuor. Vnitas autem/ numeri principium est secundum multitudinem indiuisibile. Vnusquisqȝ autem numerus simpliciter et absolute consideratus/secundū se sumptus dicitur: ꝙ vt huiusmodi/ in comparatione ad alterum non consideraf neqȝ ad figuras geometricas applicatur. vt quaternari⁹. Et denominationē habet absolutā diciturqȝ binarius/ternarius/quaternarius: aut duo/

tria/q̃tuot. Cū autē numer⁹ vnus ad alterū cõparaẽ/in eaq; cõsideraẽ ratiõe: diciẽ nūerus ad aliq̃d vt 4 ad 2. Et denoiationē habet relatiuā: diciturq; dupl⁹/triplus/sesqualter. Cū vero nūetus per suas vnitates explicatus: alicui⁹ figure geometrice speciē p̄fert: dicitur numerus scd̃m figurā. vt 4 p su as vnitates descriptus: represētat figurā quadrāguli. Et denoiationē sumit a figura geometrica ad quā applicaẽ: diciturq; trigonus/tetragonus/pētagonus. Quo fit vt vnus idemq; numerus diuer sis rõnibus sit numer⁹ scd̃m se/ad aliq̃d/et scd̃m figurā. ¶ Diffiniẽ deinde numer⁹ par q̃ ē qui i duo equa diuidi potest. hoc est qui i duas ptes equales/suas q̃de medietares diuisibilis est. vt 4 in 2 et 2. Et sex in 3 et 3. Impar aūt in duas ptes equales nūq̃ diuidi potest que simul iūcte totū cõstituāt: sed in vnā minorē et alterā maiorē vt 5 in 2 et 3. Sic 7 in 3 et 4. Et q̃uis septenari⁹ in 3 et 3 diuidaẽ: il le tamē non sūt sue tote partes et que sil' accepte totū restituāt. ¶ De nūero pariter pari cõstituaẽ exemplū vt 32 diuidiẽ in 16 et 16 suas quidē partes et medietates: que deinde diuidūẽ i ptes duas equales 8 et 8. Rursū ille in duas equales 4 et 4. Iterū et he in duas equales 2 et 2. Deniq; et ipsei duas vnitates sectionē recipiūt: quare partiū numeri dati 32/i duo eq̃ diuisio ad vnitatē vsq; facta est. ¶ De pariter ipari. vt 6/q diuidiẽ in 3 et 3: sed ptes ille cū ipares sint/āpli⁹ in duas ptes equales diuidi nequeūt. Sic 10 in 5 et 5 diduciẽ suas partes/refugiētes vlteriorē in duo equa partitionem. ¶ De ipariter pari: vt 12 in duas secaẽ ptes eq̃les 6 et 6: q̃ itidē in duo equa diuidūẽ scilicet 3 et 3. Illa tamē partiū in duo equa partitio deficit anteq̃ ad vnitatē puenaẽ. Ita 28 diuidiẽ in 14 et 14 duas partes eq̃les/et ille in 7 et 7 que vlteriorē nõ admittūt diuisionē. Et hic quodāmodo medi us est inter pariter parē et pariter imparē extremos: quorū vtriusq; aliquid participat. Nā cū pari ter pari cõuenit q̧ partes eius in duo equa sectionē recipiūt: differt aūt q̧ ea diuisio ad vnitatem vsq; nõ cõtinueẽ. Cū pariter aūt impari q̧ ad vnitatē vsq; nõ diuidaẽ cõuenit: differt autē q̧ eius partes i duo equa cõsequēter diducātur. ¶ Pro numeri p̄fecti intelligēda diffinitiōe p̄mittēdū est duplicē esse numeri partē. Quedā est constituens/et est numerus minor a maiore contētus: vt ter narius cõponit quinariū/et ois minor maiorē. Alia est pars numerās: ea scilicet que aliquoties sum pta vt bis/ter/quater et ita deinceps/suū totū mēsurat et equat: neq; plus neq; min⁹ efficiendo. vt binarius pars est senarij. nā binarius ter sumptus metitur senarium. nā ter 2 sunt 6. Ita ternarius pars est nouenarij: nā ter sumptus reddit nouenariū. Ter enim tria sunt nouem. Et de huiusmodi parte numeri nunc et in sequentibus: solum futurus est sermo.

¶ Numerus itaq; perfectus est cuius omnes partes simul accepte: suū totū restituūẽ et complent vt 6 cuius partes 1/2/3 sil' iuncte ipsum totum efficiunt. Sic 28 perfectus est numerus. nam partes eius. 1.2.4.7.14 simul accepte totum numerū datum conficiunt neq; deficiendo neq; superādo — Perfectus

¶ Diminutus vero: cuius adinuicē iuncte partes citra totū deficiūt minusq; q̃ totū cõponunt. vt 8 cuius partes. 1.2.4. solū cõplent 7 Non eni 3 ipsius pars est: cū bis sumptus cõstituat 6. ter vero sumptus nouē/atq; hic plus/illic vero minus relinquat. Ita denarius/diminutus est numerus. nam partes eius 1.2.5. addite solū reddunt 8. — Diminutus

¶ Abundans vero: cuius partes i vnū collecte maius reddunt q̃ totū. vt 12 cuius partes 1.2.3.4. 6 simul iūcte cõponūt 16. Ita 18 abundās est numerus: cū partes eius 1.2.3.6.9. simul accepte to tius sūmā exuperēt/et 21 cõstituāt. Numerus abundans/numerus superfluus idē. Numerus diminu tus: numerus iperfect⁹ idē. Et numeri diminuti et abūdātes tam pares q̃ impares inueniunẽ: per fecti vero solū sunt pares. — Abundans

¶ Numerus primus est qui sola vnitate mensuratur neq; preter eā aliū habet numerū/ipsum mensurantē. vt 3.5.7. nempe sola vnitas pars est ternarij et quinarij et septe narij. non enim 2 mensurat aliquem eorū aut quiuis alius: cū non aliquoties sumptus ipsū reddat — Primus

¶ Cõpositus autē est qui preter vnitatem: aliū habet numerū ipsum mensurantē. vt nouenarius preter vnitatē habet ternariū suam partem: cū ter tria cõponāt 9. Ita 15 preter vnitatē habet 3 et 5 partes suas ipsū mensurantes: cū quinquies 3 et ter 5 reddant 15. Numerus compositus/nume rus secundus idē. Sic numerus primus/numerus incompositus idem. non quidē idcirco dictus: q̧ oēm cõpositionē tefugiat: sed q̧ ex nulla pre p̄terq̃ vnitate(q̃ oim nūerorū cõis est pars et mēsura) cõponaẽ. — Cõpositus.

¶ De numero solū ad alterū primo statuaẽ exemplū vt 9 ad 10. nā secundū se sumpt⁹ nouenarius/compositus est: ad denariū tamē comparatus nullam habet cõmunem et que vtrum q; metiatur mensuram preter solam vnitatem: nullus enim numerus vtrumq; mensurauerit vnq̃. Duo quidem mensurant 10/sed non 9. sic 3 mensurant 9/sed non 10. 4 vero neutrū eorū mensu rat. Sic 8 ad 9 comparatus est solum ad alterum primus. nam secundum se cõsideratus composi tus est: ad 9 tamen comparatus solam habet vnitatem vtriq; partem communem. Nā 2 qui 8 mē surat/item et 4: non mensurat 9. Contra 3 qui 9 mensurat: non metitur 8. — Ad alterū primus

¶ Numerus autẽ ad alterũ primus (pretermissa ꝑticula exclusiua) est qui ad alterũ cõparatus sola habet vnitatẽ cõiter vtrũqꝫ mensurantẽ. Et hic duplex est: quidã est per se primus: vt 5 ad 6. Quicunqꝫ eni numerus simpliciter et secundũ se primus est: et ad alterũ quẽcũqꝫ primus erit. Alius autem est solũ ad alterũ primus vt ois numerus cõpositus ad proxie maiorẽ / minorẽqꝫ quibus intercipitur cõparatus. Et ei opponitur numerus ad alterũ coicans: et est qui ad alterũ cõparatus ꝑter vnitatẽ numerũ habet vtrũqꝫ cõiter mensurantẽ. vt 9 et 12 quorũ 3 cõis est mensura. Sic quicunqꝫ par ad alterũ parem cõparatus est cõmunicãs. Nã oim numerorũ pariũ / binarius est cõis mẽsura. Vocabula autẽ par / impar / subiuncta: designant tria postrema mẽbra his duobus mẽbris posse subdiuid, vt numerorũ primorũ aliquis par est vt binarius / qui ꝙ pariũ etiã primus sit: par vtrobiqꝫ primus dicitur. alius impar vt ternarius, vtrobiqꝫ itidem primus dictus: ꝙ sola vnitate mensuref / et ꝙ impariũ oim sit primus. Ita cõpositorum quidã est par vt 6 / quidã impar vt 9. Deniqꝫ solum ad alterum primorũ hic par est vt 6 ad 7 / ille vero impar vt 15 ad 16. Quorum vnumquodqꝫ per analogiam vt oportet diffiniatur.

Equalitas: est cum equalis numerus ad equalem comparatur.

Inequalitas vero est cum inequalis ad inequalem comparatur.

Maior inequalitas est cum numerum maiorem ad minorem comparamus.

Minor vero inequalitas contra: quoties minorem maiori comparamus.

Numerus multiplex est cũ maior numerus minori cõparatus: eundem plusꝙ̃ semel continet vt bis / ter / quater: et ita deinceps.

Vnitatem numerorũ fontẽ / principiũqꝫ: etiã numeri appellatiõe cẽsemus.

Duplus est cum maior numerus minori comparatus: minorem bis continet.

Triplus cum ter continet.

Quadruplus cum quater.

Quicuplus cũ qnqes: et hoc pacto deiceps scd'm naturalẽ numerorũ ꝓgressionem.

Numerus supparticularis est cũ maior numerus minori cõparatus totũ in se numerũ minorem continet: et eius partem aliquam.

Sesqualter est numerus superparticularis cum maior totũ contineat minorẽ: et eius medietatem. et idem dicitur hemiolius.

Sesquitertius est cũ maior continet totum minorem: et eius tertiã partẽ. qui et dicitur epitritus.

Sesqquartus est cũ maior cõtinet totũ minorẽ: et eius quartã partẽ. Et si quintã cõtinet / vocaẽ sesquiquitus. et ita deiceps secundũ numerorũ seriem.

Numerus suppartiẽs est cũ maior cõtinet in se totũ minorẽ: et eius insuꝑ aliquot ꝑtes vt duas / tres / q̃tuor aut quotquot attulerit ipa cõparatio. De iis partibus id intelligiẽ: que minoris vnam partem non efficiunt.

Supbipartiẽs est cũ maior continet minorẽ et duas eius partes.

Suptripartiẽs est cũ tres eius partes insuper continet.

Superquadripartiens cum quatuor: et hoc pacto deinceps.

Numerus multiplex supparticularis est quoties maior nũerus ad minorẽ cõparatus habet eũ plusꝙ̃ semel et eius partẽ aliquã.

Et si bis continet et eius medietatẽ: vocaẽ duplus sesqualter.

Et si bis et tertiam: duplus sesquitertius.

Et si ter et medietatẽ / triplus sesqualter. et ita deiceps: ex vtriusqꝫ denoĩatione multiplicis et supparticularis prout cõparatio attulerit noĩa colligẽdo.

Numerus multiplex ſuppartiens eſt quoties maior numetus minori cōparatus minorē pluſq̄ ſemel cōtinet et inſuper eius aliquot partes. et noia ſumit cōpoſita ex vtraq; cōparationis denoiatione. vt hec: duplus ſupbipartiens/ duplus ſupertripartiens/triplus/quadruplus/quincuplus ſuperbipartiens et ſimilia. Et quo pacto quinq; ſumunt̄ ſpecies cōparando maiorē numerū ad minorē / eo pacto ſumūt quinq; correlatiue cōparato minore ad maiorē. quorū et ſuorū ſpecialiū modorū ſpecierūq; noia: ſola ſub prepoſitione addita effingimus: que ſunt. ſubmultiplex/ſubſuperparticularis/ſubſuperpartiens/ſubmultiplex ſubſuperparticularis/ ſubmultiplex ſubſuperpartiens.

Et ſpecies ſubmultiplicis ſunt ſubduplus/ ſubtriplus/ ſubquadruplus/ſubquincuplus. et hoc pacto deinceps.

Species ſubſuperparticularis: ſubſeſqualter/ſubſeſquitertius/ſubſeſquiquartus/ſubſeſquiquintus. et hoc pacto deinceps.

Species ſubſuperpartientis ſunt ſubſuperbipartiens/ſubſupertripartiēs/ſubſuperquadripartiens. et hunc in modū cōſequenter.

Species ſubmultiplicis ſubſupparticularis: ſubduplus ſubſeſqualter/ſubtriplus ſubſeſqualter et ſimiles.

Species ſubmultiplicis ſubſuperpartientis ſunt ſubduplus ſubſupbipartiēs/ ſubduplus ſubſupertripartiens atq; cetere ſimiles ſecundū rationis/cōparationiſq; naturā. ſed hec ſtatim nota ſunt.

¶ Pro ſpeciebus numeri adaliqd id pmonere licet: in qualibet earū duos ſumi debere numeros/ vtpote eū qui ad alterū cōparat̄/et eū ad quē alter cōparat̄. Numerus qui ad alterū comparat̄ is eſt qui primo loco ſumit̄. Ad quē vero alter cōparat̄: is eſt qui ſcd'o cōſtituit̄ loco et ppoſitioni adſubiugit̄. vt 6 ad 3. 6 numerus eſt qui cōparat̄ ad alterū/et 3 numerus eſt ad quē alter cōparat̄. Cōtra vero numeros ordinādo vt 3 ad 6: 3 numerus eſt qui ad alterū cōparat̄/ et 6 numer⁹ ad quē alter cōparat̄. ¶ Cū itaq; equalis nūerus ad equalē cōparat̄: dicit̄ equalitas i numeris. Et tūc vterq; terminorū eodē/cōſiliq; noie exprimit̄: vt 2 ad 2/3 ad 3/4 ad 4/ ¶ Cū vero iequalis ad ineq̄lē cōparat̄: ſc3 aut maior ad minorē vt 8 ad 4. aut minor ad maiorē vt 4 ad 8/ eſt inequalitas in numeris ſecūdū materiā ſubiectā. Et tunc numeri adinuicē cōparati diuerſis exprimūt̄ noibus. Eſt aūt numerus numero equal' qui ex eque multis cōſtituit̄ vnitatib⁹. vt 5 ad 5/6 ad 6 et oīs numer⁹ ad ſeipſū cōparatus. Inequalis vero qui nō ex eque multis cōſtat vnitatibus. vt quilibet numerus ad alterū cōparat⁹ ¶ Maior numer⁹ eſt q ex pluribus q̄ alter aggregat̄ vnitatibus. vt 8 eſt maior q̄ 4. ¶ Minor vero qui ex pauciorib⁹. vt 4 ad 8. Cū igit̄ maior ad minorē cōparat̄: dicit̄ maior iequalitas: a primo termino ſumpta denoiatiōe vt 4 ad 2/6 ad 3. Cū vero cōtra minor numer⁹ primo loco ſumptus ad maiorē confert̄/cōparaturq;: minor eſt inequalitas: a primo itidē termino/ noie ſūpto. vt 2 ad 4/3 ad 6. ¶ De numero multiplici exēplū vt 4 ad 2. nā 4 maior numerus/minorem ſc3 2 ad quē cōparat̄ pluſq̄ ſemel cōtinet. Nā 4 bis cōtinet duo et nichil amplius. Sic 9 maior numerus cōparatus ad 3 minorē numerū: eū pluſq̄ ſemel ſc3 ter cōtinet. et 12 ad 3 cōparatus multiplex eſt: q2 eū quater cōtineat. Vnitas aūt oīm numerorum mater et origo q2 oēs ex ea naſcātur et oriant̄ numeri: in ppoſito etiā noie numeri intelligit̄ et numer⁹ dicit̄. nō q2 ipſa ſit numer⁹: ſed qa alij numeri ad eā cōparati multiplices ſūt/ denoiationēq; a ſe ſumptā habent. vt 2 ad vnitatē duplus eſt/3 ad vnitatē triplus/ 4 ad vnitatē quadruplus. et ita deinceps. quare p diffinitionē multiplicis/ vnitas minor eſt numer⁹ ad quē 2/3/4. maiores nūeri cōparant̄. Numer⁹ aūt multiplex ſpecialē ſumit denoiationē a numero denotāte quoties minorē cōtinet. Nā ſi maior/bis cōtinet minorē et nichil amplius (que quidē particula etſi nō exprimat̄: intelligēda tamē eſt ad excludēdū multiplicē ſupparticularē/aut multiplicē ſuppartiētē: vbi maior numer⁹ continet minorē pluſq̄ ſemel/ ſed inſup aliquid aliud) dicit̄ duplus: vt 4 ad 2/6 ad 3/8 ad 4. Si vero maior minorē ter continet: dicit̄ triplus. vt 6 ad 2/9 ad 3/12 ad 4. Si minorē maior quater cōtineat: quadruplus dicit̄ vt 8 ad

Equalitas.
Inequalitas
Maior inequalitas.
Minor.
Multiplex.

2 12 ad 3/16 ad 4. Cōtinet eni 8 quater 2/12 quater 3/et 16 q̄ter 4. Si quiquies maior minorē cō pl.ct.i: dr̄ quicupl⁹. vt 10 ad 2/15 ad 3/20 ad 4. Si sexies: sextupl⁹. vt 12 ad 2/18 ad 3/24 ad 4. et ita deinceps secundū naturalē ordinē numerorū quantūlibet procedendo.

Superparticularis. ℭ Numerus supparticularis est numerus maior totū minorē cui cōparatur/semel tātū cōtinēs/insuper et minoris aliquā partem. vt 3 semel continet 2/insup et eius ptem sc3 vnitatē que dualitatis est medietas. quare 3 ad 2 numerus est supparticularis. Adiecta est diffinitioni pticula semel tātū/ ad rectā intelligentiā requisita quo numerus multiplex supparticularis excludat̄: qui numerū minorem ad quē cōparat̄ continet (et aliquā eius partē) sed plusq̄ semel. Et speciale nomen sumit numerus supparticularis a parte numeri minoris cōtenta in numero maiori. nā quota fuerit ea pars: tale ei nomen accōmodat̄. Si eni numerus maior cōtinet totū minorē et minoris medietatē: dicit̄ sesqualter. vt 3 ad 2/6 ad 4. Sex eni cōtinent 4 et insuper quaternarij medietatē vtpote binarium qui est medietas ipsius 4. Si maior totū minorē cōtinet et tertiam minoris partē: est sesquitertius. vt 4 ad 3/et 8 ad 6. Nā 4 cōtinet 3 et insuper vnitatē que est tertia pars ternarij. Q2 si maior vltra minore ad que cōparatur contineat quartā minoris partē: dicit̄ sesquiquartus. vt 5 ad 4/et 10 ad 8. Si quintā, sesquiquintus: vt 6 ad 5/et 12 ad 10. Nā 6 cōtinet quinq3 et insup vnitatē que est quinta pars ipsius 5. et ita consequenter. Numerus autē supparticularis qui latine sesqualter dicit̄: grece vocatur hemiolius. Et qui latine sesquiternus/grece epititus appellatur.

Supparties. ℭ Numerus superpartiens est numerus maior qui ad minorē cōparatus: totū (sed etiā solummodo semel) cōtinet/insuper et eius aliquot ptes. ut 5 ad 3 est suppartiens: nā cōtinet semel 3/et insup aliquas eius ptes vtpote duas eius tertias. Sic 7 ad 4 suppartiens est. nā 7 cōtinet 4 et insuper aliquot eius partes sc3 tres quartas. Et diffinitio ista intelligitur de partibus numeri minoris q̄ simul sumpte non efficiunt vnā eius partē: vt due vnitates simul accepte non faciunt vnā partē ternarii. Et tres simul addite vnitates non efficiunt partē aliquā quaternarii: cū ternarius minime mēsuret quaternariū. Nā si numerus maior contineat minorē ad quē cōparat̄ et insuper eius aliquot ptes/ que simul sumpte vnā minoris partē efficiunt: numerus maior non superpartiens sed supparticularis est. vt 6 cōtinet 4 et insuper duas eius partes que sunt due quarte. At ille simul efficiunt vnā secundā, medietateq3 quattuor. quare 6 ad 4 est sesqualter. Ita 8 cōtinet 6 et duas eius sextas: q̄ simul iuncte efficiunt tertiam partē senarii quare 8 ad 6 non suppartiens sed supparticularis est. Et numerus suppartiens specialē habet denoiationē a numero partiū numeri minoris vltra eū in maiore numero cōtentarū. Nā si numerus maior cōtinet totū minorē et insuper duas eius partes: dicitur superbipartiens vt 5 ad 3/7 ad 5/9 ad 7. Si vero maior numerus minorē cōtinet et insuper tres eius partes: dicit̄ supertriptiens vt 7 ad 4/8 ad 5/10 ad 7. Q2 si maior numerus minorē cōtinet et insuper quattuor eius partes: vocat̄ superquadripartiēs. vt 9 ad 5/13 ad 9/ Deniq3 si preter numerū minorē cōplectat̄ quinq3 partes numeri minoris: est supquintuptiens vt 11 ad 6/12 ad 7/ et ita deinceps. Diligenter tñ attendendū est preter hanc denoiationē aliam esse specialiorem designantē quote sunt ille partes numeri minoris que supra minorē cōtinent̄ in maiore: vt vtrū tertie/ quarte/quite. sexte/et ita cōsequenter. et illa explicatur p accusatiuū pluralē qui designat numerū illas partes denoiantē. vt 5 ad 2 est superbiptiens ternas: ꝙ due ille partes i maiori numero insup contente sunt due tertie ternarii. Sed 7 ad 5 est numerus superbipartiens quintas: ꝙ 7 vltra 5 contineat duas quintas quinarii. At vero 9 ad 7 est numerus superbipartiens septimas: quia 9 vltra septē cōtinet duas vnitates que sunt due septime septenarij. Sic 7 ad 4 est supttripartiens quartas: qm̄ 7 vltra 4 continet tres quartas quaternarij. Atqui 8 ad 5 suptripartiens quintas/10 ad 7 supertripartiens septimas: et ita de ceteris.

Multiplex superparticularis. ℭ Numerus multiplex superparticularis est numerus maior qui ad minorē cōparatus eum plusq̄ semel continet et insuper aliquā minoris numeri partē. vt 5 ad 2/nā 5 continet 2 plusq̄ semel et insuper vnā eius partē Sic 7 ad 3/et 9 ad 4. Et sicut ex prima et secūda speciebus eius nomē sumit̄: ita et eius ratio ex vtriusq3 rationib⁹ cōpletur. Q2 eni numerū minorē plusq̄ semel cōtinet/cū multiplici cōspirat: ꝙ insuper aliquā minoris partem cōplectatur/cōuenit cū superparticulari. Et eius species ex vtriusq3 speciebus itidē denoiant̄: rationesq3 earū ex specialibus eorū a quib⁹ denoiant̄ rationib⁹. Est eni duplus sesqualter/numerus maior qui ad minorē cōparatus eū bis cōtinet et insuper eius medietatē. vt 5 ad 2/10 ad 4. Duplus sesquitertius est numerus maior qui minorē cui comparatur bis cōtinet et insuper tertiam eius partē. vt 7 ad 3/14 ad 6. Duplus sesquiquartus q minorē cōtinet bis et quartā eius partē. vt 9 ad 4/18 ad 8. Ita triplus sesqualter est maior numer⁹ qui ad minorē cōparatus eū ter cōtinet et eius medietatē. vt 7 ad 2/14 ad 4. Triplus sesquiterti⁹

qui ter minorē cōtinet et eius tertiam partē. vt 10 ad 3/20 ad 6. Triplus sesquiquartus est qui ter numerū minorem continet et ei⁹ quartā partē. vt 13 ad 4/et 25 ad 8. Ita cetere species per analogiam diffinieode sunt.

Multiplex suppartiens

¶ Numerus multiplex superpartiēs est maior numer⁹ ad minorē comparatus quem plusq̄ semel continet et insuper eius aliquot partes. Hoc eni a ratione superpartientis accipit/illud vero a ratione multiplicis. vt 8 ad 3/11 ad 4. Continet enim 8 plusq̄ semel temarium/et insuper aliquas eius partes. Et noīa specierū eius cōposita sunt ex speciebus multiplicis et supetpartientis simul iūctis. secundū quarū speciales rationes/dande sunt proprie specierū eius diffinitiones. Doplus enim superbipartiens est maior numerus ad minorē cōparatus quē bis continet et insuper duas eius partes. vt 8 ad 3/12 ad 5. Duplus supertripartiens est maior numerus qui minori cōparatus eū bis cōtinet et insuper tres eius partes. vt 11 ad 4/13 ad 5. Duplus superquadripartiens: qui minorē bis continet et quattuor eius partes. vt 14 ad 5/18 ad 7. Sic triplus superbipartiens/maior est numerus qui minorē ter cōtinet et duas eius partes. vt 11 ad 3/17 ad 5. Triplus supertripartiens: cū maior numerus minorē ter continet et tres eius partes. vt 15 ad 4/18 ad 5. Triplus supquadriptiēs: cū maior numerus minorē ter cōtinet et quatuor eius partes. vt 19 ad 5/25 ad 7. et ita de aliis.

¶ Et quemadmodū quinq3 sunt date species maioris inequalitatis in quibus maior numerus ad minorē cōparatur: ita ediuerso quinq3 dande sunt species minoris inequalitatis/prius datis speciebus correlatiue. Et in his minor numerus ad maiorē cōparatur. harū autē specierū noīa sumuntur ex priorū specierū noibus preposita dūtaxat prepositione sub. vt submultiplex/subsuperparticularis/subsuppartiēs/submultiplex subsupparticularis/submultiplex/subsuppartiēs. Ita et particulares earū species noiantur/diffiniunturq3 per analogiā oppositi. Earū tn̄ diffinitiones io littera expresse non sunt: q2 satis ex suorū relatiuorū prius positis diffinitionibus possint haberi. Nā siquis diffinite nouerit vnū relatiuorū/diffinite noscet et reliquum: Et negatio per affirmationem habet cognosci. Maioris autem inequalitatis species in affirmatione sunt: minoris vero in negatione. Hic tamen ad clariorem earum intelligentiam exprimūtur hoc modo.

Submultiplex.

¶ Numerus submultiplex est minor numerus qui ad maiorē cōparatus plusq̄ semel ab eo continetur. vt 3 ad 12/4 ad 20. Numerus sobduplus est minor numerus qui a maiore cui comparatur bis continetor. vt 2 ad 4/3 ad 6. ¶ Subtriplus: minor est numerus qui a maiore cui comparatur ter contioetur. vt 2 ad 6/3 ad 9. ¶ Subquadruplus est numerus minor a maiore cui comparatur quater contentus: vt 2 ad 8/3 ad 12. et ita de aliis.

Subsupparticularis.

¶ Numerus subsupparticularis est numerus minor qoi totus a maiore ad quem cōparatur contētus est/insup et eius aliqua pars. vt 3 ad 4/4 ad 5. Numerus subsesqualter est numerus minor ad maiorē cōparatus a quo tot⁹ continetꝛ et eius medietas. vt 2 ad 3. Subsesquitertius: qui totus a maiore contioetur et eius tertia pars. vt 3 ad 4. Subsesquiquartus: qui totus cōrinetur et eius quarta pars. vt 4 ad 5. ¶ Numerus subsuppartiēs est minor numerus qui a maiore totus continetꝛ/insup et eius aliquot partes. vt 3 ad 5/7 ad 9. ¶ Subsupetbipartiens est numerus minor qui maiori cōparatus ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 5/5 ad 7. Speciali autē appellatione 3 ad 5 dicitur subsuperbipartiens tertias siue vno noie subsupetbitertius/quēadmodū 5 ad 3 dicitꝛ superbitertius. In qua appellatione duo clauduntur numeri: quorū ptior quot partes numeri minoris maior vltra minorē cōtineat/significat. posterior vero: quotas ptes. At 5 ad 7 peculiari noie dicitur sobsupetbiptiēs quintas siue subsuperbiquintus quēadmodū 7 ad 5 vocatꝛ supbiquint⁹.

Subsuppartiens.

¶ Subsuptripartiēs est numerus minor qui semel a maiore continetor et insuper tres eius partes. vt 4 ad 7. Subsuperquadripartiens: cū minor a maiore continetur/insuper et quatuor partes. vt 5 ad 9. et ita de ceteris. ¶ Numer⁹ submultiplex subsupparticularis est nomerus minor qui plusq̄ semel a maiore cui cōparatur continetur: et insuper aliqua eius pars. vt 10 ad 3/14 ad 4. Subduplus subsesqualter est numerus minor qui bis a maiore continetur et eius medietas. vt 2 ad 5/10 ad 25. Subduplus subsesquitertius est numerus minor qui bis a maiore continetur et insuper eius tertia pars. vt 3 ad 7/6 ad 14. Subtriplus subsesqualter est numerus minor qui ter a maiore continetur et insuper eius medietas. vt 2 ad 7. Et ita de aliis speciebus dicendum est.

Sub multiplex subsupparticularis

¶ Numerus submultiplex subsuperpartiēs est numerus minor qui ad maiorē comparatus plusq̄ semel ab eo cōtinetur et eius alique partes. vt 3 ad 8/et 4 ad 11. Subduplus subsupbipartiēs est cū minor numerus ad maiorem cōparatus bis ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 8/6 ad 16. Subduplus subsupertripartiens est cum minor numerus ad maiorem cōparatus/bis ab eo continetur et insuper tres eius partes. vt 4 ad 11/8 ad 22. Subtriplus superbipartiens est cum

Sub multiplex subsuppartiens.

minor numerus ad maiorem cōparatus ter ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 11 et 6 ad 22. Et ita de aliis speciebus dicendum.

Numerus linearis est qui per plures in vnam/eandemq; partē adiectas: describitur vnitates.

Numerus planus est qui per suas vnitates descriptus: in longum atq; latum porrigitur.

Numerus autem solidus est qui per suas vnitates descriptus longitudini et latitudini crassitiem superaddit: trinoq; distenditur interuallo.

Trigonus est numerus planus: qui suis vnitatibus explicatus tria latera possidet equalia.

Tetragonus: quattuor equalibus angulis perficitur.

pentagonus/quinq;.

Hexagonus/sex.

Heptagonus/septem.

Octogonus/octo.

Ennagonus/nouem.

Decagonus/decem.

Endecagonus/vndecim. et hunc in modum deinceps: quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos/quadrangulos/quinquangulos/sexangulos/septāgulos/octāgulos/nonāgulos/decāgulos/vndecāgulos: et hoc pacto consequenter.

Numerus altera pte longior est numerus planus qui per vnitates descriptus: lōgitudini latitudinē habet vnitate discrepātē. et idē longilaterus appellat̄.

Numerus vero antelongior: est qui per vnitates descriptus latera sua habet plusq̄ vnitate disiūcta. hoc est lōgitudinē latitudini plusq̄ vnitate differētiētē.

pyramis est numerus solidus cuius singula latera sūt ab vno planorū ad vnū cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. punctus autem/vnitasq; in quam cōueniunt: pyramidis conus/mucro/vertexq; dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur.

Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

perfecta pyramis ea est cuius laterū a vverticē erectio: citra vnitatē nō deficit.

Curta vero pyramis ea est cuius laterum erectio ad vnitatē vsq; non ascēdit. cui si sola monas deest que est ptima pyramis: curta dicitur. Si vnitas et planus vnus: biscurta.

Si duo: tricurta nominatur. et hoc pacto deinceps.

Cubus est numerus solidus sex equis superficialibus/planisq; numeris contētus: equā de se lōgitudini et latitudini altitudinē prebens. et iidem numeri: tessere nuncupantur que duodecim equa latera semper habent/solidos angulos octo/atq; superficies sex.

Laterculus is solidus est: qui longitudini latitudinem equam habēs/altitudinem possidet contractiorem.

Asser: cuius cũ lõgitudo latitudini sit equa: altitudinẽ habet maiorem.
Cuneus vero qui longitudinẽ latitudinẽ et altitudinẽ in se cõtinet inequales.
Circularis numerus est cum latus in se ducitur et tetragonus inde nascens in idem terminatur. et rursum cum idem latus in tetragonũ: nascit cubus qui in idem reuoluitur. et is cubus: sphera/ sphericusq; cubus appellat. Et cum rursus quotiens idem latus in cubum vel si in infinitũ duxeris: qui inde nascitur numerus: in eiusdẽ lateris numerũ terminatur/ reuoluiturq;.
parallelepipedus/ solidus numerus est equidistātibus superficialibus/ planisq; numeris cõtētus neq; omnino quidẽ equalibus neq; omnino inequalibus.



¶ Numerus omnis secundũ figurã nõ notis arithmeticis vt alij/ sed virgulis aut punctis vnitates designantibus explicatur: et cuiusq; vnitatis loco punctũ vnũ annotandũ est. Et secũdũ analogiã magnitudinis tripliciter euariatur. Aliquis enim solam habet lõgitudinem numeralem: cuius oēs vnitates in vnam et eandẽ partem extendũtur eademq; serie describuntur. Et hic linearis dicitur q linee analogus sit. vt quaternarius per suas vnitates descriptus directe porrectas aut a sinistro in dextrũ aut a sursũ in deorsum. quo pacto omnis numerus describi potest et numeri linearis rationẽ sortiri. Aliquis vero longitudinẽ habet et latitudinẽ: qui per suas vnitates explicatus/ in longum et latum porrigitur/ scʒ a sursum in deorsum/ et a sinistro in dextrũ. Et hic planus vocatur: q superficiei que planum dicitur analogus est. vt ternarius a b c qui a sursũ in deorsum lõgitudinem habet sumptã secũdũ latera a b/ et a c. A sinistro autẽ in dextrũ latitudinẽ secundũ latus b c. Quo fit vt idem numerus linearis sit et planus reipsa: diuersis tamen rationibus et secondum diuersas eius descriptiones. vt 3/ 4. Deniq; aliquis longitudinẽ habet/ latitudinem et profunditatẽ que potissimum attenditur secũdum porrectionẽ a suppositis vnitatibus ad superpositas. Et hic solidus dicitur: q solido/ corporiq; in magnitudine respondeat. Sicut enim corpus superficiei superaddit profunditatẽ: ita et hic numerus numero plano crassitiem/ profunditatẽq; adiungit. Et trino distẽditur (sicut et in magnitudine corpus) interuallo/ longitudine/ latitudine et profunditate. numerus autẽ planus duobus: longitudine et latitudine/ linearis autẽ vno scʒ sola longitudine. Vnitas autẽ pricipiũ nũeri secũdũ figurã/ nullũ habet iteruallũ: sed est vt pũctũ in magnitudinibus. vt intelligatur trigono a b c superposita extra papyrũ vnitas d. Illic numerus erit solidus: nã preter lõgitudinem et latitudinẽ habet profũditatẽ sumptã secũdũ latera a d/ b d/ et c d. ¶ Numerorũ quidẽ planorũ primus est trigonus sicut et figurarũ rectilinearũ prima triangulus: nã due vnitates nullam cõstituunt in numeris figuram/ vt neq; due linee claudunt superficiem. Et cum cuiuslibet numeralis figure ab angulis nomen sortite sua latera sint equalia: trigonus tria habet equalia latera et tres angulos. vt ternarius a b c descriptus habet tria latera: primũ a b/ secũdum b c/ tertiũ a c/ adinuicem equalia. Nã quodlibet eorum equales cõtinet vnitates: vtpote duas. Et tres itidem (vt nomen indicat) habet angulos. Sunt enim figurarum rectilinearum itidem et numerorum planorum anguli lateribus multitudine equales. Similiter senarius numerus est trigonus: quia per suas vnitates descriptus tria latera habet equalia/ quorum quodlibet tres continet vnitates. ¶ Tetragonus aũt numerus est planus habens quattuor latera equalia. vt quaternarius a b c d descriptus. Nam primum eius latus est a b/ secundũ c d/ tertium a c/ quartum b d/ quorum quodlibet duas habet vnitates. Ita nouenarius per vnitates descriptus/ tetragonus est: q quatuor habeat latera equalia/ quorum quodlibet tres vnitates continet. ¶ Pentagonus numerus est planus qui per suas vnitates descriptus quinq; latera continet equalia. vt quinarius a b c d e descriptus cõtinetur quinis lateribus: a b/ b c/ c d/ d e/ e a/ quorum vnum quodq; duabus aggregatur vnitatibus. Et 12 per suas vnitates descriptus itidem pentagonus est/ quolibet laterũ ternariũ complectens. ¶ Hexagonus est qui per suas explicatus vnitates/ sex equalibus lateribus continetur. vt senarius a b c d e f per suas vnitates designatus sex habet latera: a b/ b c/ c d/ d e/ e f/ f a/ et quidem equalia: quandoquidẽ eorũ quodlibet binarium contineat. Ita et 15 hoc pacto descriptos hexagonus est: q sex contineatur equis lateribus quorum quodlibet continet tres vnitates. Nec obstat eũdem esse trigonum si alio modo describatur: qm̃ altera hic et illic ratio est. Sic heptagonus est numerus planus qui per suas vnitates explicatus septem latera habet equalia. vt 7. ¶ Octogonus/ qui octo continetur equis lateribus. vt 8. ¶ Ennagonus/ qui nouem habet equa latera: vt 9. ¶ Decagonus/ qui decem: vt 10.

Numerus linearis.



Planus.



Solidus.



Trigonus.



Tetragonus







Endecagonus qui vndecim.vt 11. Dodecagonus qui duodeci cōtinetur lateribus adinuicē equalibus:vt 12.et ita secundū naturale numerorū seriē a numero maiori anguli nomen sumēdo: vt predictū est.

Altera parte longior.



Numerus altera parte longior est numerus planus quadrilaterus et quadrāgulus habens latera opposita equalia:sed longitudinē habet a latitudine sola vnitate differentē:hoc est longitudinē vel maiorē vel minorē latitudine sed sola vnitate.vt senarius a b c d descriptus habet duo in longitudine et tria in latitudine:modo tria duobus sola distant vnitate.Et sicut hic minus latus a sursum in deorsum porrigitur/maius vero a sinistro in dextrū:ita in isto et quocunq; al tero econuerso posset maius lat⁹ a sursū in deorsū protēdi et minus a sinistro a dextrū. Nichil eni re fert quo modo describatur:cū semp solius vnitatis distantia sit.Ita et 12 per suas explicatus vnitates/numerus est altera parte longior:nā numerus est planus habens longitudinē a latitudine sola vnitate dissidentē.cū in longitudine habeat tria/in latitudine vero 4:modo 3 et 4 solum vnitatis habent discrimen. Numerus altera parte longior:numerus longilaterus idem.

Antelōgior





Numerus antelongior est numerus planus etiā quadrilaterus et quadrangulus/ latera itidē opposita habens equalia sed longitudinē latitudini plusq̄ vnitate discrepantē vt binario/ternario/et ita de alijs.vt denarius a b c d/descriptus habet latera opposita a b/et c d equalia/similiter latera a c/et b d inter se equalia/sed in longitudine solū habet duo:in latitudine vero quinq;.que a duobus plusq̄ vnitate distant/nā ternario.Similiter octonarius suis vnitatibus descriptus habet in lōgitudine duo/et in latitudine 4.que a duobus plusq̄ vnitate vtpote binario distant. Quemadmodū autē trigonus numerorū planorū primus est et perfectissimus:ita pyramis solidorū primus est et dignissimus.hinc per trigonū et pyramidē apta diuinorū intelligendorū est philosophia.Et cognoscēda est pyramis in numeris per analogiā Pyramidis in magnitudinibus sensui manifestioris.

Pyramis.

Nā quemadmodū in pyramide magnitudinis est basis:sc; infima superficies a qua eriguntur latera.est et conus:sc; supremum et in fastigio positum punctum/in quo omia latera conueniunt. Deniq; sunt latera a basi ad summū verticē erecta:inferius quidem ampliore distantia interuallo/ superius vero contractiore.Ita in pyramide numerali est basis:qui est numerus planus oībus suppositus a quo latera ad supremū cacumen erigunt̄. Est et conus:qui est vnitas supremo collocata vertice ad quā latera erigunt̄. Deniq; sunt latera a basi ad conū erecta:a basi quidē profecta et in conū desinentia/que in imo a seinuicē distantiora sunt et pluribus intercepta vnitatibus:in superiori vero parte apud conū minus distant et pauciores habēt interiectas vnitates. Et numerus laterū pyramidis sumitur a numero laterū sue basis. Nam quot lateribus sua basis constiterit:totidē et ipsa pyramis constabit.cū a quolibet laterū numeri plani in basi positi erigatur vnum latus pyramidis.

Conus.

Sūma Pyramidis. 20



Basis.

Hec omnia facile exemplo constabunt.sumatur trigonus 10:cui superponat̄ trigonus 6/ illi proxime trigonus 3/deniq; illi supereminens constituatur vnitas:numerus ille 20 pyramidalis est.nā est numer⁹ solidus cuius oīa latera ab vno planorū vtpote trigono 10 ad vnū cacuminis verticem sunt erecta. Et illius pyramidis trigonus 10 est basis:vnitas vero est eius conus siue vertex.

Conus.

Sūma Pyramidis. 30



Basis.

Similiter sumatur tetragonus 16/cui superponatur tetragonus 9:illi proxime minor tetragonus 4/cui demū superponat̄ vnitas:numer⁹ ex oībus aggregatus 30/est pyramis.nā solidus est numerus cuius omia latera ab vno planorū sc; 16 tetragono ad vnū cacuminis verticē sc; vnitatē sunt sursū erecta.Et tetragonus suppositus oībus qui est 16/illius pyramidis est basis:vnitas vero omībus superposita/est eius conus/siue vertex.Et ita de alijs.Constat enim(vt docebūt proprietates) omnis pyramis ex suppositione similiū planorū ipsi basi secundū certū ordīnē.vt basis illorum sit maximus/deinde proxime minores superponant̄ sua serie:quousq; ad vnitatē vsq; decrescat multitudo.Et quia superpositi numeri plani sunt minores suppositis:hic oīa latera pyramidis ab imo in sursum erecta(modo ea perfecta fuerit)sunt trigona.quemadmodū oīa latera pyramidis multilatere in magnitudinibus:triangula sunt.quare pyramis tantā cū trigono inuenitur habere cōuenientiā/vt in analogia pyramis sit trigonus solidus/et trigonus:pyramis plana.Nempe si basis sit numerus trigonus:ei superponendi sunt per ordinē trigoni minores/quousq; ad vnitatem perueniatur.Et si fuerit tetragonus:ei superponant̄ tetragoni minores vsq; ad vnitatē.Et si pentagon⁹: ei superponantur pentagoni proxime minores/quousq; ad vnitatem conscendatur.et ita de alijs.

Pyramis trigona.

Sumit autē pyramis suā denoiationē a numero plano eius basi:quemadmodū et in magnitudine.Nempe pyramis trigona est que ex base triangula nascitur.vt trigono 6 supponatur proxime minor trigonus 3/et illi vnitas:totus numerus 10 ex his cōpositus est pyramis trigona. Similiter si trigonus 3 infimo constituatur loco et ei superponat̄ vnitas:numerus 4 ex his aggregatus itidem pyramis est trigona.

Tetragona.

Pyramis tetragona est pyramis q̄ ex base tetragona nascit̄.vt tetragono 4

supponaẽ vnitas:numerus 5/ huiusmodi est pyramis. Ita tetragono 9 supponaẽ proxime minor tetragonus 4/cui denicq; superaddaẽ vnitas:numerus 14.erit talis est pyramis. Et quia si basis est quadrãgula/ oẽs superpositi plani sunt tetragoni vt prius ostensũ est:hinc altera sumi potest pyramidis tetragone diffinitio q̃ est que ex numeris tetragonis sibi naturaliter suppositis enascit. Sicut pyramis trigona que ex numeris trigonis cõtinua serie sibi suppositis cõponitur: et ita de alijs.
¶ Pyramis pentagona est que ex base quinquãgula nascit. vt si pentagono 5 supponatur vnitas/ numer9 6 ita dispositus: talis est pyramis. Ita si pentagono 12 superponaẽ pentagonus 5 et illi vnitas:numerus 18 est pyramis pentagona. Et eadẽ est que ex numeris pentagonis sibi naturali serie superpositis consurgit. Pentagona.
¶ Pyramis hexagona est que ex base sexangula cõponitur. vt si hexagono 6 supponatur vnitas:numerus 7 ex his aggregatus est pyramis hexagona. Ita si hexagono 15 supponatur hexagonus 6/et illi in sũmo vertice superaddaẽ vnitas:numerus 22 ex his cõflatus itidẽ pyramis est hexagona. Aliter/pyramis hexagona est que ex numeris hexagonis recta serie collocatis (vt minor proxime maiori superponaẽ) constituit. Et hec secunda in oibus pyramidis specie bus diffinitio secundũ materiã est:et demonstrandi mediũ habet. Prima vero secundũ speciẽ/atq; principiũ est. Hexagona.
¶ Perfecta pyramis est pyramis cuius latera a basi ad supereminentẽ in vertice vnitatem eriguntẽ. vt prius exemplorũ gratia assignate pyramides:oẽs enĩ latera habent ad vnitatẽ vsq; erecta. que cũ adest: secũ pfectionẽ affert. Et cũ auferẽ:et pfectio simul adimit. Est enĩ vnitas: ois perfectionis fons. Et si ad diuina libet assurgere:totus iste mundus perfecte pyramidis pre se gerit speciẽ. cuius sũma vnitas/bonitas et veritas et ipsa nũq̃ satis laudata diuinitas conus est: latera vero ex rebus ab illa exuberãtissima bonitate manantibus cõponunẽ. quarũ he quidẽ cono propinquiores sunt/minus ad multitudinẽ labẽtes et principio perfectionis similiores:vt entia supramũdana. ille vero distantiores magis ab vnitate discedẽtes/et ipsi summe vnitati dissimiliores:vt entia sensibilia. Haud dissimili pene ratione vnitas numerorum fons et origo/simplex et indiuidua/ ipsius summe vnitas:et numerorũ multitudo entiũ ab ipso primo ente profectorũ gerunt similitudinẽ. vtq; ab vnitate totus numerorũ aceruus/quorũ hi propiquiores vnitati illi vero remotiores: ita a primo ente ois rerũ multitudo ducit originẽ. In pyramide autẽ perfecta tot sunt ad eã cõplẽdã/cõsummãdãq; sumẽdi numeri plani cõsimiles cõnumerata vnitate:quot in latere basis pyramidis sunt vnitates. Nã si due sũt in latere numeri plani pro basi cõstituti vnitates:duo numeri plani consimilis denoiationis illic collocandi sũt/vtpote ipsa basis et supposita vnitas:q̃ potentia ois est numer9 plan9 et solid9/et cuiuslib et specierũ numeri plani et solidi potẽtia prim9. Si tres i latere basis sunt vnitates:tres in illa pyramide numeri plani cõsimilis speciei constituẽdi sunt/quorũ vnitas tertiũ supremũq; locũ cõtinebit. Et si quatuor vnitates in latere basis:quatuor numeri plani consimilis rationis illã pyramidẽ perficiẽt. Et ita de alijs. quod eo euenit. Nam omnis numerus planus est totus ab vnitate:quot eius latus habet vnitates. vt si trigonus duas habet in latere vnitates:in ordine trigonorũ est secundus/et si tres:tertius/si quatuor:quartus. Et in pyramide perfecta omẽs priores basi numeri plani consimiles/superponendi sunt pariter cũ vnitate. Erunt igiẽ in perfecta pyramide tot numeri plani eã cõponentes sibi vt decet superpositi:quot in latere basis eius erunt vnitates. quod est propositum. Similiter in pyramide perfecta tot sunt in quolibet latere sursum erecto vnitates quot sũt in latere basis. Nã tot sũt i latere basis vnitates quot sunt ad pfectã pyramidẽ sumẽdi numeri plani. At quot sunt in cõstituenda pyramide numeri plani tot sunt in quouis latere sursum tendente vnitates. cum quiuis numerus vnam lateri illi suggerat vnitatem: igitur quot sunt in latere basis perfecte pyramidis vnitates tot in latere sursum erecto:suntq; latera illa inter se equalia. Pyramis perfecta.
¶ Curta pyramis primo et communiter accepta est cuius laterum erectio ad vnitatem vsq; non peruenit:q̃ ei deficiat ad suã pfectionẽ aut vnitas/aut cũ vnitate aliquis numerus planus. vt si trigono 10 superponatur trigonus 6 non superaddito trigono 3/aut saltem nõ superposita vnitate:pyramis 16 itidẽ et 19 est pyramis curta cõiter dicta/que et imperfecta noiatur. Pyramis curta. Pyramis curta secundo et proprie est pyramis imperfecta cui ad suã pfectionẽ sola vnitas deest. vt 3
cõstituaẽ trigonus 10 pro basi:cui super colloceẽ trigonus 6/et deniq; trigonus 3 pretermissa vni- 6 19
tate:pyramis 19 est pyramis curta secũdo et proprie/quare etiã est curta primo et cõiter: cum hec 10
ad illã genus sit et superius. ¶ Pyramis biscurta est pyramis imperfecta cui ad suũ cõplementum Biscurta.
deest vnitas et vnus numerus planus. vt constituaẽ trigonus 15 pro base:cui superponaẽ trigonus 6
10 illi trigonus 6/et deinde fiat status. Pyramis 31 est biscurta:nã ad suã consummationẽ ei deest 10 31
vnitas et vnus planus vtpote trigonus 3. ¶ Pyramis tricurta est pyramis imperfecta cui vt per- 15
ficiaẽ deest vnitas et duo numeri plani. vt loco basis ponaẽ trigonus 21/cui proxime supimponaẽ Tricurta.

10 trigonus 15/etilli trigonus 10/nullo amplius superiecto:Pyramis 46 est tricurta: nā ei ad suā cō-
15 46 pletionē deest vnitas et duo numeri plani vtpore trigoni/6/et 3. Sic quadricurta est cui deest vni-
21 tas et tres numeri plani. vt 36 cōstitutus ex trigonis 21/et 15:cui deest vnitas et tres plani trigoni:
10.6.3. Et ita de alijs. ¶ Numerus cubicus producit ex ductu lateris in suū tetragonū. vt bis duo
Numerus cubicus. sunt 4: Ibi 2 latus est tetragoni/4 tetragonus. Deinde ducat 2 in 4 hoc pacto/bis 4 sūt 8. ibi ge
nitus est cubicus numerus habēs idem latus quod suus tetragonus scz 2. Similiter ter 3 sunt 9: ibi
3 latus est tetragoni in se ductū/et 9 tetragonus ex ductu lateris in seipsū progenit⁹. Ducat igitur
3 in 9 hoc modo/ter 9 sunt 27: hoc ductu producitur cubus 27: idē cum suo tetragono habēs la-
tus scz 3. Si itaqz numerus cubicus per suas vnitates explicet (vt in solidis fieri haud secus atqz pla
nis operepreciū est) continet sex numeris planis scz quattuor lateralibus et a deorsū in sursū por-
rectis/quinto sūma parte superiacente/et sexto ima parte subiecto: qui omēs inter se equales sunt/
equanturqz tetragono ipsius cubi. Habetqz cubicus numerus profunditatē equalē longitudini et
latitudini: nā in quolibet interuallo eundē habet scz sui lateris numerū: et eodē ter sumpto/primo
pro lōgitudine/secundo loco pro latitudine/et tertio pro altitudine explicat: scz suo latere. Et nu
merus cubicus dicit tessera: q ad similitudinē tessere taxilliqz sit formatus/que cubicā figuram in
magnitudinibus exprimit. Habetqz oīs numerus cubicus 12 latera/quorū quodlibet tot continet
vnitates quot latus quadrati: qñquidē idē est latus cubi et quadrati. Et illorū laterū duo/vnā ter-
minant superficiē: quemadmodū due linee terminant magnitudinē superficialē/sunt eni latera il-
la numeri lineares. quare oīs cubus sex continet superficies siue numeros planos et superficiales:
quorū quilibet (vt dictū est) equatur tetragono/et solidos angulos habet 8: quatuor superiores et
quatuor subiectos et inferiores. Est autē angulus solidus qui pluribus q̄ duabus superficiebus cō-
tinet in vnū punctū angularem cōuenientibus. Vt eni angulus planus duobus continet terminis
et numeris linearibus: numerus autē planus duobus terminis nō claudit sed primū tribus/ad ana
logiā anguli et figure in magnitudine. ita angulus solidus tribus adminus supficiebus terminat in
vnū cōuenientibus: numerus autē solidus multangulus quatuor adminus superficiebus claudit.
Itaqz quilibet octo angulorū numeri cubici tribus cōpletur supficiebus: duab⁹ lateralibus et vna
superiacente aut subiecta in vnitatē vnā angularē cōcurrentibus. Exemplū constituat huiusmodi.
8 numerus cubicus sex planis numeris cōtinet inter se equalibus/et quorū vnusquisqz tetragono
4 equatur: profunditatēqz habet lōgitudini et latitudini equam. nā in quolibet interuallo habet
2/et sic explicat: 2.2.2. vbi primo loco cōstitutus binarius longitudinē designat/secundo latitudi
nē/et tertio profunditatē. preterea 12 habet equa latera/in quolibet binariū. 8 habet angulos soli
dos sicut 8 vnitates angulares/et superficies habet sex: in qualibet quaternariū. Similiter 27 nume
rus est cubicus cōtentus sex numeris planis inter se equis et ipsi tetragono dati cubi equalibus: vt
pote sex nouenarijs. in quolibet itidē interuallo/lōgitudine latitudine et profunditate habet 3. et
sic designat/3/3/3. Duodecim habet latera/in quolibet ternariū: quod et suū et sui tetragoni est la
tus/solidos angulos octo secundū 8 pūctos angulares sumptos. et superficies/planosqz numeros
et superficiales sex/quorū quilibet est tetragonus 9. Et hec cubi diffinitio (sicut et alie numeri secū
dum figurā diffinitiones) intelligit de numero diuersas habēre vnitates quibus explicet. Nempe
vnitati predicta non cōuenit ratio: et tñ suo modo cubus est/cū nascat ex ductu lateris in suū qua
dratū sic: semel vnū semel. Nā semel vnū est vnū/vbi prius vnū latus est: posterius aūt quadratum
Rursum ducēdo latus in productū quadratū: semel vnū est vnū/vbi prius vnū est latus cubi et po-
sterius cubus. Estqz in hoc exēplo id vnū peculiare q idē reipsa est latus tū quadrati tū cubi; qua-
dratus et cubus: ratione tamen diuersū/quod vacare mysterio credendum non est.
Laterculus ¶ De laterculo exemplū. vt 18. cuius latera sunt 3/3/2. nā ter 3 sunt 9/et bis 9 sunt 18. Illic enim
longitudo latitudini est equa: sed altitudo siue profunditas que 3 tertio numero designatur/est mi
nor. Et si profunditas sola vnitate sit minor: respondet altera parte lōgiori in planis/vt in dato ex
emplo. Si vero pluri q̄ vnitate profunditas sit longitudine et latitudine minor: respondet antelon
Asser giori. vt 32/cuius latera sunt 4/4/2. nam quater 4 sunt 16 et bis 16 sunt 32. ¶ De assere exemplū
vt 12 cuius latera sunt 2.2.3. nam bis 2 sunt 4/et ter 4 sunt 12. Et ibi longitudo equalis est latitu-
dini/profunditas autem 3 vtroqz maior. Q si profunditas sola vnitate maior sit ceteris interuallis:
respōdet altera parte longiori in planis. vt ostendit modo datum exemplū. Si vero plusq̄ vnitate
profunditas longitudinē et latitudinē superet: respōdet antelongiori in planis. vt 16/cuius latera
Cuneus sunt 2/2/4. Nam bis 2 sunt 4/et quater 4 sunt 16 ¶ De cuneo exemplū. vt 24. cuius latera sunt
2.3.4. primū (vt in ceteris oībus) longitudo/secundū latitudo/et tertiū profunditas. Nā bis 3 sunt

6 et quater 6 sunt 24. Estq; hic latitudo maior longitudine/profunditas vero maior latitudine.
quare et longitudine. quare etia habet interualla inequalia. ¶ De numero circulari sumatur exē- Circularis.
plum. vt ducatur latus 5 in se: et prouenier tetragonus 25/in idem latus desinens. Deinde ducat
5 in tetragonum 25: et fit cubus 125. qui in idem reuoluitur latus. Postea idem latus 5 ducatur in 5
productum cubum 125: et fit 625. in idem latus terminatum. Rursum idem latus ducatur in 625 25
et fit 3125. in quem iterum ducatur 5 et fit 15625. iterum in productum ducatur idem latus 5/et 125
fit 78125 in idem reuolutum latus. Et hoc pacto procedendo semper numeri producēdi desinēt 625
in latus primo datum scilicet 5. Ibi 25 est numerus circularis siue tetragonus circularis. tetragon⁹ 3125
quidem: ꝙ ex ductu numeri in seipsum sit procreatus. Circularis vero: ꝙ in idem a quo product⁹ 15625
est reuoluitur/instar circuli cuius circūferentia in pūctum a quo primum egressa est reuertitur. Se 78125
cundo autem productus est cubus sphericus. cubus quidem: ꝙ fiat ex ductu lateris in suum tetra
gonum. Sphericus vero: ꝙ in idem relabatur a quo procreatus est/istar sphere vna superficie clau Sphericus.
se io qua circūferentia dimidij circuli spheram describens ad suum locum vnde exiuit reuertitur.
Alii vero numeri consequentes/spherici sunt eandem ob causam sed non cubici. Similiter ducat 6
latus 6 in se vt sexies 6: et proueoit tetragonus 36 in idem latus reuolutus. In quem rursum duca 36
tur 6: producetur 216 cubus in idem latus recidens. Deinde in datum cubum iterum ducatur la 216
tus 6: et proueniet 1296. Rursum in productum ducatur 6: et consurget 7776. In quem deiceps 1296
ducatur 6: producetur q; 46656. In quē deniq; idem ducatur latus/fietq; 279936. et ita quātū 7776
voles procede: et qui producti sunt et qui producendi semper in idem reuoluuntur latus 6. Nu- 46656
merus 36 primo productus/circularis numerus est et tetragonus. secundo productus loco nume 279936
rus 216/est cubus sphericus. ceteri consequentes sunt spherici solidi: non tamen cubici. Ceterum
quemadmodum hec numeri circularis/sphericiq; ratio ostensa est i numeris ab vnitate profusis:
ita quoq; et vnitati ipsi cōpetere haud incōuenienter ostendi posset ex diui Seuerini Boetii seotē- Boetius
tia: qui secūdi libri sue Arithmetices capite tricesimo cēset vnitatē et circulū esse et spherā. Ei⁹ ver-
ba sūt hec. Vnitas quoq; virtute et potestate/ipsa quoq; circulus vel sphera est. Quoties eni pūctū Punctum/
in se multiplicaueris: in seipsū vnde ceperat terminat. Si eni facias semel vnū: vnus redit. Et si hoc vnitatem:
rursus semel: idem est. Igitur si vna fuerit multiplicatio: solam planitudioem reddit/ et fit circul⁹. qui punct⁹
Si secunda: mox sphera conficitur. Etenim secunda multiplicatio semper effectrix est profundita- est in ana-
tis. Eadem ferme ratiooe idem auctor vnitatem numerum perfectū potestate nuocupat. Ita eni logia.
primi libri sue Arithmetices capite vicesimo inquit. Igitur prima vnitas virtute atq; potentia non
etiam actu et reipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sūpsero de proposito ordine oumerorum
pariter parjū: video primā atq; incompositā. Quam si per seipsam mulriplico: eadem michi vnitas
procreatur. Semel enim vnū solam efficit vnitatē: que partibus suis equalis est potentia solū/ cete-
ris etiam actu atq; opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est: ꝙ et prima est
et incomposita/et per seipsam multiplicata sese ipsa conseruat. Et vt paucis absoluam/eiusdē Boe
tii sententia est vnitatem virtute atq; potentia omnem numerū planū esse atq; solidū/et cuiusq; ta
liū nomen sortiri. Dicit enim secundi libri capite octauo. Nam si vnitas/cunctorū est mater nume
rorū: quicquid in iis qui ab ea nascuntur numeris inuenitur: necesse est vt ipsa naturali quadā po-
testate contineat. Verū id nichil aliud nobis insinuare credendum est: nisi summam illam rerum/
superbenedictamq; vnitatem supereminenter esse omnia. et quecunq; in rebus ab ea manātibus
prestabilia/excellentiaq; inueniuntur: eadem superexcellenter et vnice in ea contineri. Designat
itidem eandem rerū vnitatē indiuiduam/primam et incompositam: summe perfectam esse/immo
perfectionis omnis immensitatē in se mirifice complecti. que cū maxime lateat: maxime patet/ et
cū minima sit: etiā est maxima. Latet eni: ꝙ nostre menti inaccessa est. patet vero ꝙ sese omnibus
in rebus legendam exhibuit per diuersa perfectionis vestigia rebus ipsis indita. minima quidē ob
indiuiduam simplicitatem vt et numeralis vnitas: maxima vero virtute/ ꝙ ex ipsa prodeant oia.
Deniq; numerorū vnitatē circuli et sphere rationē sortiri nichil sane aliud significare videt̄ q̄ sum-
mam rerū vnitatē in se circulari motu ductā/nichil nisi seipsā et vnitatē sibi maxime equalem inef
fabiliter gignere/spherico vero ductu vnitatē et summā equalitatē vtriusq; connexionē itidē sum
mā efficere. Et plane cetera id genus neq; his quidē inferiora ex numerorū sacramentis / abditissi
misq; secretis et adytis erui depromiq; haud difficile possent: que iprimis ardua/ diuinitatisq; ple
na potius in silentio illo Pythagorico discenda essent q̄ passim inuulganda. Hec tamen adiecta pa
tentur quo sibi quisq; persuadeat numeros ad diuina mysteria noscenda viam habere.

Parallelepipedus

¶ Numerus parallelepipedus est numerus solidus qui continetur numeris planis siue superficialibus: inter se equidistantibus/ hoc est equali semper vnitatum interstitio separatis (quamlibet superficiem ad sibi ex opposito respondentem superficiem comparando) qui etsi in infinitum ꝓlongarentur: nunq̄ concurrerent/ quemadmodum in pyramide ad summam concurrunt vnitatem. preter vero pyramidem numerus omnis solidus equidistantibus superficiebus continetur. nō tamen omnis: parallelepipedus est. Nam in parallelepipedo debent numeri illi plani neq; omnino esse equales sicut sunt in cubo/ neq; omnino inequales sicut in cuneo: sed duo interualla quecunq; adinuicem esse equalia/ et tertium vtriq; inequale. quare solidus omnis numerus equidistantium laterum preter cubum et cuneum/ hac ratione parallelepipedus est. Et sex modis euariari potest: quorum primus est. longitudine minore/ latitudine et profunditate equalibus. vt 18. cuius latera sunt 2.3.3. Secundus. longitudine existente maiore/ latitudine et profunditate equalibus. vt 12 cuius latera sunt 3.2.2. Tertius longitudine et profunditate equalib⁹ et latitudine minore. vt 18. cuius latera sunt 3.2.3. Quartus. longitudine et profunditate equalibus et latitudine maiore. vt 12. cuius latera sunt 2.3.2 Quintus. longitudine et latitudine equalibus et profūditate minore. vt 18 cuius latera sunt 3.3.2. Et hic proprio/ peculiariq; nomine laterculus dictus est. Sextus. longitudine et latitudine equalibus et profunditate maiore. vt 12. cuius latera sunt 2.2.3. Et hic speciali nomine dictus est asser. Est enim parallelepipedus secundum datam rationem laterculo et assere communior. Et modi latera habentes eadem secundum materiam/ q̄uis secundum situm et formam transposita: eiusdem numeri habent exemplum. vt primus tertius et quintus numerum 18/ secundus quartus et sextus numerum 12. Quia tamen alius est laterum ordo et series (que formā respicit) idcirco diuerse sunt species. Et possunt hi sex modi vocabulis artis facile comprehendi in quibus numeri a sursum in deorsum primo limite porrecti: ordinem istorum designant modorū: vt nota vnitatis primum modum/ et nota binarij secundum/ et ita deinceps. Deinde expressa ordinis nomina primum/ secundum/ tertium: interualla numeralium figurarum scilicet longitudinem/ latitudinem/ profunditatemq; significant. Nempe primum: longitudinem notat/ secūdum: latitudinem/ et tertiū: profūditatē. Duo autē interualla que per numeros expressos nō denotant: inter se equalia debent intelligi atq; supponi. Vt in primo modo per primum minus denotat q̄ primus datorum sex modorū parallelepidi est primo sc; longitudine minore duobus ceteris interuallis latitudine et profunditate/ ipsis quidem inter se equalibus. Et ita de ceteris.

1	primum minus
2	primum maius
3	secundum minus
4	secundum maius
5	tertium minus
6	tertium maius

¶ Ex his constat numeros solidos numeris planis/ equidistantibusq; superficiebus contentos/ octo modis euariari posse: quorum duo extremi vt contrarij sunt et penitus contra pugnātes/ cubus scilicet et cuneus. Intermedij autem (qui omnes sunt parallelepipedi) vt medii sunt: vtriusq; extremi aliquid participantes.

Parallelepipedi

Nomina	Modi	Ipsorum interuallorū habitudines	longi.	lati.	profun.	Sūme
Cubus	1	longi. lati. profun. equales.	2	2	2	8
	2	longi. minor. lati. profun. equales	2	3	3	18
	3	longi. maior. lati. profun. equales.	3	2	2	12
	4	longi. profun. equa. latitu. minor	3	2	3	18
	5	longi. profun. equa. lati. maior	2	3	2	12
Latercul⁹	6	longi. latitu. equa. profun. minor	3	3	2	18
Asser	7	longi. lati. equa. profū. maior	2	2	3	12
Cuneus	8	longi. lati. profun. inequales	2	3	4	24

Medietas est duarū/ pluriūue proportionū similis habitudo.

Medietas arithmetica est medietas: cuius termini equas seruant differētias.

Termini sunt numeri: medietatis proportiones constituentes.

Differentia est quo numerus numerum superat ac vincit.

Continua medietas arithmetica/ ea est que in tribus continue numeris conti

netur. Si vero in quatuor discontinue contineatur: disiŭcta medietas arithmetica nuncupatur.

Medietas geometrica est medietas cuius termini equas seruant proportiões Que si in tribus continue terminis continetur: continua. Sin vero in quatuor discontinue: disiuncta nominatur.

Medietas harmonica ea est in qua queădmodŭ maximus terminus ad minimum/ita differētia maiorŭ ad differentiă minorŭ sese habet.

Quarta medietas est in qua queădmodŭ maximus terminus ad minimŭ: ita differentia minorum ad differentiam maiorum.

Quinta medietas in qua queădmodŭ medius ad minimŭ: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Sexta est in qua queădmodŭ maximus ad medium: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Septima / vt queădmodum maximus ad minimŭ: ita extremorŭ differētia ad differentiam minorum.

Octaua / quemadmodŭ maximus ad minimum: sic eorum differentia ad differentiam maiorum.

Nona / quemadmodum medius ad minimum: sic extremorum differentia ad differentiam minorum.

Decima / quemadmodŭ medius ad minimum: ita extremorum differentia ad differentiam maiorum. Et he septem vltime presertim adiecte: quo pythagore denarius impleatur/in tribus terminus consistunt.

¶ Medietas siue proportionalitas est habitudo duarum proportionum/si fuerit simplex et non composita ex pluribus medietatibus: aut plurium q̃ duarum vt trium quatuor aut quinqȝ si fuerit composita ex pluribus medietatibus. Exemplum primi, vt sicut 12 ad 6 /ita 4 ad 2. Exemplum secundi vt sicut 16 ad 8: ita 8 ad 4 /et 4 ad 2 /et 2 ad vnŭ. que quidem medietas composita in tres simplices medietates resolui potest. Quemadmodum propositio hypothetica simplex ex duab⁹ cathegoricis componitur. Composita vero ex hypotheticis: ex pluribus q̃ duabus constituit cathegoricis. Et illarum proportionum ex quibus constituitur medietas habitudo debet esse similis aut penes equalitatem differentiarum aut proportionum. Differentiarum quidem: vt in arithmetica medietate/proportionum vero: vt in geometria et in aliis medietatibus.

Medietas

¶ De medietate arithmetica exemplum sumitur huiusmodi, sicut 12 ad 10/ita 6 ad 4. Nam quantum primus terminus 12 excedit secundŭ scȝ 10: tantum tertius terminus 6 excedit quartum terminum 4. Vtrorumqȝ enim differentia est 2. Et numeri 12.10.6.4 sunt illius medietatis termini: cum sint numeri constituentes proportiones ex quibus cōstat illa medietas. Binarius autē est differentia numeri 12 supra 10: cum sit id quo 12 superat 10/quandoquidem substracto minore numero 10 a maiore 12: manet 2 differentia. Eadem est differentia numeri 6 supra 4: cŭ sit id quo 6 superat 4. Sublato enim minore numero 4 a maiore 6: residuus manet binarius per regulă cōmunem. Datis duobus numeris inequalibus si minor a maiore subducatur: residua est maioris supra minorem differētia.

Arithmetica.

	2	
12		10
	2	
6		4

¶ De arithmetica medietate continua, vt sicut 12 ad 9 ita 9 ad 6. Siquidem differentia 12 ad 9 est numerus 3/et eadem est ipsius 9 ad 6 differentia: et ea medietas in tribus terminis 12. 9. 6. continetur. Et continue quidem: nam que primi ad secŭdum terminum est excessus habitudo/eadem et secŭdi ad tertiŭ absqȝ trāsmutatiōe differentie numeri ad suum proxime cōsequētē cōparati: sic q̃ in cōtinua terminorŭ ꝓgressiōe eadē sēp obseruat̄ differētiarŭ eq̄litas. Et huius medietatis ꝓportiões vno termino communicāt: vtpote medio qui bis sumitur. Et cŭ ea dicit̄ tribus cōtineri terminis: non ibi maior numerus excludit̄. nā nichil ꝓhibet eă quatuor aut quinqȝ et quotlibet terminis contineri. vt 12.10.8.6.4.2. Vbi precedentis ad proxime sequē

Arithmetica cōtinua.

	3		3	
12		9		6

tem continue eadē est differetitia. sed tantūmodo secluditur numerus minor: nā nō potest arith-
metica medietas continua paucioribus q̄ tribus contineri terminis. Et sane cū solū tribus cōtine-
tur/est arithmetica medietas cōtinua simplex: nō resolubilis in plures huiusmodi medietates. Cū
vero pluribus q̄ tribus terminis continetur: est arithmetica medietas continua cōposita et in plu-
Disiuncta. res simplices resolubilis. ¶ Disiuncta medietas arithmetica est medietas arithmetica q̄ in quatu-
2 or discontinue terminis continetur. vt 12. 10. 7. 5. Idem eṅi est primi supra secundū et tertii supra
12 10 quartū excessus/eademq̄ differentia vt pote binarius: et continetur quatuor terminis/12/10 7/5.
2 discontinue: quia numerorū se ordine consequentiū non eadē est differentia. nā primi ad secundū
7 5 differentia est 2. Secūdi aūt ad tertiū sc3 10 ad 7 differentia 3: quare ibi interrūpitur et discōtinua
tur eadē differentiarū habitudo. Et huius medietatis ꝓportiōes nullo termino cōmunicāt: ꝓsimi
les ꝓpōnibus cathegoricis nullo termino participātibus. Continue vero medietatis ꝓportiōes si-
miles sunt cathegoricis medio termino participātibus et quarū predicatū prime est subiectū secū
Medietas de. quales sūt homo est aīal et aīal est substātia. ¶ De geometrica medietate tale sumet̄ exemplū:
geometrica 12. 6. 8. 4. hic eṅi termini equas seruāt ꝓportiōes. nā vt primus ad secundū/12 ad 6: ita tertius ad
12 6 quartū/8 ad 4. cū vtrobiq̄ sit ꝓportio dupla. Eque aūt ꝓportiōes sunt q̄ eiusdē sunt denoīationis:
nō modo generalis sed et specialis. vt cū ambe sunt duple/triple/sesqualtere/sesquitertie/et ita de
8 4 aliis. In ꝓportiōe autē suppartiente aut multiplici suppartiente: vt eiusdē denoīationis dicant̄ nō
sufficit ambas esse superbipartiētes aut suptripartiētes aut supquadripartiētes. Nā horū termino
rū 9 7/5 3/ambe ꝓportiones sunt supbipartientes: non tamē eiusdē sunt denoīatiōis/cū 9 ad 7 sit
ꝓportio supbipartiens septimas: et 5 ad 3 est supbipartiēs quintas/et inter datos quatuor termi-
nos nō est medietas geometrica: nā iter nullos eosdē contingit arithmeticā et geometricā iueniri
medietatē. In datis aūt terminis est medietas arithmetica. cū ꝓximi ad ꝓximū termini differentia
sit binari⁹. Sed requirit̄ specialior denoīatio vt q̄ ambe sint supbipartiētes ternas/aut quitas aut
Geometri- septimas/siue q̄ ambe sint supbitertie/supbiquite/aut supbiseptime. Et fit medietas geometrica ī
ca cōiūcta oībus ꝓportionū generibus/multiplici/superparticulari/suppartiēte: et suis speciebus. ¶ Medie
8 4 2 tas geometrica cōiuncta est medietas geometrica que in tribus continue terminis continet̄. vt 8.
4. 2. Nempe vt 8 ad 4/ita 4 ad 2. Vtraq̄ siquidē ꝓportio est dupla. Et continua ibi est proportio.
Nā eadē est cuiusq̄ termini ad ꝓxime sequentē sine interruptione proportio. Continet̄ aūt tribus
terminis reipsa diuersis: quorū medius duorū supplet officiū/cum sit consequens prime ꝓportio-
nis et antecedēs secunde: et idcirco bis sumit̄. quēadmodū harū ꝓpositionū homo est aīal et aīal
est substantia: terminus aīal bis ponitur. Et idcirco continue medietatis proportiones vno termi-
no cōmunicant/cōueniūt et participant. Q̄ si (vt fieri potest) cōtinua medietas geometrica ex plu
ribus q̄ tribus cōstituatur terminis: vt 16. 8. 4. 2. 1. ibi nō simplex sed ex pluribus cōposita est me-
Geometri- dietas: sicut in arithmetica dictū est. ¶ Medietas geometrica disiuncta est que in quatuor discon-
ca disiūcta. tinue terminis cōtinetur. vt 8. 4. 6. 3. Vt eṅi primus ad secundū: ita tertius ad quartū. Et ea in qua
8 4 tuor ad minus terminis cōtinet̄ discōtinue. Nā nō eadē consequētiū se terminorū vbiq̄ est ꝓpor
6 3 tio. nempe 8 ad 4 ꝓportio est dupla: 4 aūt ad 6 ꝓportio subsesqualtera. huius aūt medietatis ꝓ
Medietas portiones nullo termino cōspirāt. ¶ De harmonica medietate vt 6. 4. 3. Nā sicut se habet maxi-
harmonica mus terminus 6 ad minimū terminū 3: ita binarius differētia maiorū sc3 maximi et medij qui sūt
6 et 4: se habet ad vnitatem/differētiā minorū: medij inquam et minimi 4 et 3. Siquidē in cōpa-
Quarta ratiōe vtraq̄ ꝓportio est dupla. ¶ Quarte medietatis exemplū. vt 6. 5. 3. nā vt 6 ad 3 maximus
termin⁹ ad minimū: ita 2 que est differētia minorū ad vnitatē differētiā maiorū. Vtraq̄ enim ꝓpor
tio est dupla. Dicit̄ autē hic maxim⁹ is numer⁹ qui datorū terminorū est maximus/ et minim⁹ qui
assignatorū terminorū est minim⁹. Differētia aūt maiorū est differentia maximi ad mediū: et diffe
Quinta. rentia minorū est differētia medij ad minimū. ¶ Quinte medietatis exemplū. vt 5. 4. 2. Nā vt 4
ad 2 medius ad minimū: ita 2 que est differētia minorū ad vnitatē que est differētia maiorum sci-
Sexta. licet quinarij et quaternarij. Nā vtraq̄ ꝓportio est dupla. ¶ Sexte medietatis exemplum vt 6. 4.
1. Nempe vt 6 ad 4 maximus ad mediū: ita 3 que minorū est differentia/ad 2 differentiā maiorū:
Septima. vtraq̄ sc3 habitudo sesqualtera. ¶ Exemplū septime. vt 9. 8. 6. Nā sicut 9 ad 6 maximus ad mini
mū: ita 3 que extremorū 9 et 6 est differētia/ad 2 differentiā minorū. Extremi quidē nūeri sūt ma
ximos et minim⁹ illi⁹ cōpatiōis termini/et differētia extremorū est maximi ad minimū differentia.
Octaua. ¶ Exemplum octaue medietatis. vt 9. 7. 6. Nam vt 9 ad 6 maximus ad minimum: ita 3 que dif
ferentia est extremorum ad 2 differentiam maiorum qui sunt 9 et 7.
Nona. ¶ None medietatis potest assignari tale exemplum. vt 7. 6. 4. Nempe vt medius sese habet ad

minimũ ſcꝫ 6 ad 4:ita 3 differentia extremorũ 7 et 4/ad 2 differentiã minorũ qui ſunt 6 et 4: cũ vtraq̃ſit ſeſqualtera/ſicut et in duabus precedentibus denominationibus ¶ Exemplum decime Decima vt 8/5/3. Nam vt medius ad minimum ſcilicet 5 ad 3:ita 5 differentia extremorum 8 et 3/ ad 3 differentiam maiorum 8 et 5. Nam vtraq̃ eſt ſuperbipartiens ternas.

Dicte autem decem medietates hac ſubiecta deſcriptiõe declarantur.

	Medietates			Differentie	
1	Arithmetica	Continua	6. 4. 2.	2. 2.	
		Diſiuncta	7. 5. 6. 4.	2. 2.	
2	Geometrica	Continua	9. 6. 4.	Seſqualtera ꝓportio.	
		Diſiuncta	9. 6. 3. 2.	Seſqualtera ꝓportio	
3	Harmonica		6. 4. 3.	2. 1.	Dupla
4	Quarta		6. 5. 3.	1. 2.	Dupla
5	Quinta		5. 4. 2.	1. 2.	Dupla
6	Sexta		6. 4. 1.	2. 3.	Seſqualtera.
7	Septima		9. 8. 6.	3. 2.	Seſqualtera.
8	Octaua		9. 7. 6.	3. 2.	Seſqualtera.
9	Nona		7. 6. 4.	3. 2	Seſqualtera
10	Decima		8. 5. 3.	5. 3.	Supbitertia

Vocabulis autem artis iſte decem medietates earumq̃ diffinitões (quo ſine cõfuſione rectiori teneantur ordine) ita deſignari poſſunt.

1 Eque differentie.
2 Eque proportiones.
3 Maximus/minimus/maior/ minor.
4 Maximus/minimus/minor/ maior.
5 Medius/minimus/minor/maior.
6 Maximus medius/ minor/maior
7 Maxim⁹ minim⁹/extrem⁹/minor
8 Maxim⁹ minim⁹/extrem⁹/maior
9 Medius minim⁹ extrem⁹/minor.
10 Medius minim⁹/extrem⁹/ maior

Nu me ri pro pri e ta tes.

1 Omnis numerus circum ſe proxime poſitorum atq̃ ſimul iũct orum compe ritur medietas.

2 Omnis numerus duorum quorũcunq̃ altrinſecus iacentiũ et ab eo equaliter diſtantium: itidem eſt medietas.

Nu me ri pa ris pro pri e ta tes

1 Cum numerus par in duo partitur: ſi earum partium vna par eſt/ et alteram parem eſſe neceſſe eſt.

2 Cum par itidẽ in duo partitur/ſi earũ partiũ vna ipar eſt: altera erit impar.

3 par parem ſi multiplicet: ſemper naſcitur par.

4 par imparem ſi multiplicet: naſcitur par.

Nu me ri im pa ris pro pri e ta tes.

1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem et alterã imparem habeat neceſſe eſt.

2 Impar imparem ſi multiplicet: protinus naſcitur impar.

3 Impar ſi multiplicet parem: procreabitur par.

Nu me ri pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

1 Quilibet numerus pariter par partẽ quãlibet et noie et quãtitate parẽ habet Nomine quidẽ/ ꝙ denoiationẽ habeat a numero pariter pare: quãtitate vero/ ꝙ ea ipſa numerus ſit pariter par.

Omnis numerus pariter par est aliquis duplicium ab vno cõtinue sumptorũ. 1
Et quelibet duplorũ ab vno et solũ tale: pariter parẽ esse necesse est.

Quotcumq pariter pares ab vno cõnumerata vnitate collecti: sequenti minus 3
vno restituunt.

Omnis numerus pariter par est diminutus. 4

Omnis numerus pariter par ex respõdētibus sibi mutuo partibus procreaẽ. 5
partes mutuo sibi respondentes: pars denominans/et denominata.

Numerorũ pariter pariũ cõtinue dispositorũ si series est impar: quod sub ex- 6
tremis continetur equũ est ei qui continetur sub medio in se ducto. deinde
sub circũpositis vsq ad seriei expletionem. Si vero fuerit par: equum est ei
qui sub duobus mediis continetur. deinde iis qui altrinsecus illis adiiciun
tur/et hoc pacto vsq ad seriei expletionem.

Nu me ri pa ri ter im pa ris pro pri e ta tes.

Quilibet numerus pariter impar: medietatem habet imparem. 1

Omnis numerus pariter impar quãlibet sui partem alterius quantitatis reti- 2
net/pariter et denominationis. Nam si quantitas est par: denominatio erit
impar/et contra semper eueniat.

Omnis numerus pariter impar gignitur ex imparibus continue ab vnitate sũ- 3
ptis: in quos binarius ducitur.

Omnes numeri pariter impares sese quaternaria numerositate transcendũt: 4
quatuor naturali serie interceptos cõtinue relinquentes/et ab sese cõtinue
quinto loco distantes.

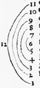
Omnis numerus pariter impar: duorũ simul pariter impariũ altrinsecus equi 5
distanter iacentium et naturali serie collectorum est medietas.

Omniũ numerorũ pariter impariũ pari/cõtinuaq serie dispositorum: duas me 6
dietates simul iunctas suis ꝓxime altrinsecis numeris et illis qui super illos
sunt vsq ad vnitatẽ: simul/in vnũq collectis equari necesse est.

Prima numeri ꝓprietas.



Secunda



¶ Prime proprietatis numeri exemplũ. vt 5 numerus est cuius capiatur proxime minor 4/et pro 1
xime maior 6/qui duo sunt circũ datum numerum 5 proxime positi/et simul iuncti cõstituũt 10:
cuius datus numerus 5 est medietas. Similiter 5 et 7 duo sunt numeri circum numerum 6 proxi-
me positi/hic quidem maior ille vero minor: et simul iuncti efficiũt 12: cuius datus numerus 6 est
medietas. Ita 6 et 8 sunt duo numeri circum numerum 7 proxime positi et simul iuncti compo-
nunt 14: cuius datus numerus 7 est medietas. Et ita de omnibus est dicendum. ¶ Pro secunda 2
proprietate cognoscere operepreciũ est ꝙ numeri altrinsecus iacentes sunt duo numeri: vnus ma
ior et alter minor ad medium numerũ comparati: sic dicti ꝙ ad alterum iaceant latus/minor qui-
dem ad latus vnum/et maior ad alterum. vt 4 et 8 sunt numeri altrinsecus iacentes ad 6/simili-
ter 3 et 9. Numeri autem a tertio numero equidistantes sunt quorum eadem est ad illum tertium
differentia vt 4 et 8 equidistant a numero 6: nam 8 ad 6 differentia est 2/similiter 4 ad 6 differẽ
tia est 2. Sic 9 et 3 equidistant ab eodem numero 6: nam eorum ad datum numerum 6 eadem est
differentia. quandoquidem 9 ad 6 differentia est 3/similiter 3 ad 6 differẽtia est 3. Nunc itaq pre
sentis proprietatis hoc sumatur exemplum. Duo numeri 8 et 4 sunt altrinsecus iacentes ad 6 vt
ostensũ est/et ab illo equidistantes: simulq iuncti faciunt 12 cuius 6 datus numerus est medietas
Ita 9 et 3 duo sũt nũeri altrĩsec⁹ iacẽtes et eqdistãtes a 6: et sil'iũcti cõstituũt 12 cui⁹ 6 est medietas
Sil'r 10 et 2 altrinsec⁹ iacẽt et eqdistãt a dato nũero 6/cũ vtriusq ad 6 differẽtia sit 4: et sil'iũcti cõ
ficiũt 12 cui⁹ itidẽ 6 est medietas. Deniq 11 et 1 nũeri sũt (nã et i iis duab⁹ ꝓprietatib⁹/q̃rũ prima

de duob⁹ numeris dato numero ꝓximis/scḋa vero de altrinsecus positis quantūlibet a numero ꝓ
posito distātibus datˀ:vnitas noie numeri cōprehendiˀ et continetˀ)altrinsecus iacētes ad 6/ et ab
eo equidistantes:cum vtriusq; ad 6 /differentia sit 5. qui si coniungantur: complent 12 cuius iden
tidem numerus propositus 6 est medietas. Et ita de quibuscunq; aliis numeris est dicendum.
1 ¶ Prime ꝓprietatis numeri paris exēplū. vt nūer⁹ par 12 diuidatˀ in duas ptes siue eq̄les siue meq̄ Prima numeri paris.
les:nichil refert. que qdē collecte totū cōponāt et integre cōstituāt(nō eni hic de partibus nume
rātib⁹ agitˀ sermo:sed constituentib⁹ numerū):exēpli gratia in 10 et 2:vna ei⁹ pars sc3 10 est par ita
et altera sc3 2. Ita si diuidatˀ in 8 et 4 aut in 6 et 6/semper si vna est par:vtrāq; parē esse necesse est.
2 ¶ Exēplū scḋe vt idē nūer⁹ 12 diuidatˀ in duas portiōes 5 et 7:q̄ rū sicut prior est ipar ita et poste
rior. silr dissecetˀ in 3 et 9/in 11 et 1 (nā vnitas hic numeri iparis noie cēsetˀ: ꝙ numer⁹ ipar vnitatis
naturā et cōditione sequatˀ)si vna diuisiōis portio ē ipar:vtrāq; iparē esse oportet. sic ꝙ ipossibile ē
numerū parē diuidi in duas ptes (q̄ si iūcte totū constituāt)quarū vna sit par et altera ipar:cū par
numer⁹ ipari addit⁹:iparē nūerū cōstituat. vt 2 et 5 cōplēt 7. par aūt pari additus/parē cōpoit: vt
3 2 et 6 cōficiūt 8. et ipar ipari addit⁹ etiā reddit parē:vt 3 et 5 restituūt 8. ¶ Pro tertia proprietate Tertia.
premittēdō est ꝙ numer⁹ vn⁹ alterū multiplicat:qñ ductus in alterū:tertiū aliquē ꝓducit. Ad qḋ
sane tria requirūtˀ:nūerus inq̄ multiplicās/numer⁹ multiplicat⁹ et nūerus ꝓduct⁹. Numer⁹ multipli
cans est numerus qui in alterū ducitˀ:et aduerbio numerādi explicari solet. Numerus multiplica
tus est numerus in quē alter ducitˀ:et noie nūerali exprimitˀ/scḋoq; nomiatˀ et ponitˀ loco/multipli
cans vero primo. Numer⁹ ꝓduct⁹ est numer⁹ qui cōsurgit ex ductu multiplicātis i multiplicatū et
noie numerali exprimitˀ/tertioq; loco disponitˀ:vt bis 4 cōficiūt 8. Ibi 2 est numerus multiplicās/
4 vero multiplicatus/et 8 numerus ꝓductus. Silr q̄ter 6 cōponūt 24. ibi 4 numerus est multipli
plicās/6 numer⁹ multiplicat⁹ et 24 numerus ꝓductus. Tertie ergo ꝓprietatis ea sūt q̄ modo po
suim⁹ exēpla. nā in priore/binari⁹ numerus par multiplicat nūerū parē 4:et inde oascitˀ par sc3 8.
4 In posteriore vero 4 numerus par multiplicat 6 numerū parē:et etiā ꝓducitˀ par sc3 24. ¶ Exē Quarta.
plō quarte vt si 2 nūerus par multiplicet 3 numerū iparē:nascitˀ 6 numerus par. Silr si 4 numerus
par multiplicet 5 numerum imparem nascitur 20 numerus par. Et si idem numerus par multipli
1 cet 7 numerum imparem nascitur 28 numerus par. ¶ prime ꝓprietatis numeri imparis exem Pria ipatis ꝓprietas
plum vt 9 numerus impar diuidatur in duas quascunq; portiōes que simul iuncte totum reddāt/
quēadmodū in 8 et 1/in 7 et 2/in 6 et 3/in 5 et 4:eius vna pars est par et altera impar. Siquidē im
possibile est imparē diuidi aut in duos pares:cū illi si iuncti parē componāt aut in duos impares:
cum et illi simul collecti numerō parē reddant. sed necesse est oēm imparē in vnā partē parē et alte
rā imparē dissecari:vt si priore loco sumpta sit par/altera sit impar:et si primo loco sumpta sit ipar
2 secundo loco pars sumpta sit par. ¶ Secunde proprietatis exemplū vt 3 numerus impar si multi
plicet 5 numerū impare:producitur 15 numerus impar. Et si idē impar 3 multiplicet 7 numerum Secunda
imparem:gignitur 21 numerus impar. Q; si idem numerus impar 3 multiplicet 9 numerum impa
3 rem:gignitur 27 numerus impar. ¶ Exemplum tertie vt si 3 numerus impar multiplicet 4 nume Tertia
rum parem:producitur 12 numerus par. Et si idem impar 3 multiplicet 6 numerum parem: pro
ducitur 18 numerus par. Deniq; si 5 numerus impar multiplicet 2 numerum parem producitur
10. Et si 4:20/ vbi vterq; productus est par. ¶ Prima numeri pariter paris proprietas intelligen Prima pariter paris ꝓprietas
da est de numero pariter pari habente partem numeratiuam que sit numerus : et non de illo qui
solam vnitatem habet partem numerantē. Quare binario accōmodanda non est:sed dūtaxat nu
meris pariter paribus supra binariū sumptis. Preterea non est hec proprietas applicanda cuicūq;
partis siue numeratiue siue constitutiue. sed tantū parti numeratiue. Non tamen omni parti nume
ratiue/sed solum ei que numerus est. nam vnitas q̄uis cuiuslibet numeri pariter paris est pars etiā
numeratis:tamen neq; nomine neq; quantitate est pariter par/cum non sit numerus pariter par:
imo neq; numerus par/neq; etiam numerus. Ea autem pars est nomine pariter par:que quota sit
maioris numeri pars/a numero pariter pare denominatur. vt 2 dicitur decimasexta pars ipsi⁹ 32
denominationemq; habet a 16 numero pariter pare. quare 2 est pars ipsius 32:nomie pariter par
Ea vero pars est quantitate pariter par:cum ipsamet est numerus pariter par. vt 2 (cuius partes in
duo equa ad vnitatem vsq; sectionem recipiunt) est pars ipsius 32/quantitate pariter par : cum 2
sit numerus pariter par. Prime itaq; ꝓprietatis statuatˀ exēplū. vt 32 numerus est pariter par ꝑ diffi
nitionē:et quālibet partē suā sc3 2.4.8.16. habet noie et quātitate pariter parē. qḋ de prima parti
um eius binario modo ostensū est. Scḋa eius pars 4 est noie pariter par/quia quota sit eius pars: a
numero pariter pare sc3 8 habet denoiationē. Est eni 4 octaua pars ipsi⁹ 32. Etiā 4 est pars quāti

12	
6	6
7	5
8	4
9	3
10	2
11	1

9	
8	1
7	2
6	3
5	4

32
16
8
4
2

tate pariter par: cū per diffinitionē sit numer⁹ pariter par. Ita 8 est pars ipsius 32/noīe pariter par
quia eius denoiat pars a numero pariter pare scilicet 4. Est eni 8 quarta pars ipsius 32. Etiā ē quā
titate pariter par per diffinitionē. Deniq₃ 16 est pars ipsius 32 noīe pariter par: quia denoiat a nu
mero pariter pare scilicet 2. Est eni 16 secūda pars ipsi⁹ 32. Eadē pars 16 est quātitate pariter par
cū sit numerus pariter par. Ex huius autē ꝓprietatis secūda particula manifestū est oēm partē nu-
Secunda. meri pariter paris que numerus est: esse numerū pariter parē ❡ Scda ꝓprietas tres habet particu- 2
64 las. Prima/omnis numerus pariter par est aliquis dupliciū siue duplorū ab vnitate cōtinue sūpto
32 rū. Tunc autē sumunt dupli continue ab vnitate: quādo sumptorū ab vnitate in vna serie nume-
16 rorū ꝓxime sequens duplā habet ꝓportionē ad ꝓxime precedentē. vt hoc ordine 1.2.4.8.16.32.
8 64.128/binarius numerus duplus est ad vnitatē: 4 ad 2/8 ad 4: neq₃ interrūpit illa duplorū seri
4 es. Omnis itaq₃ numerus pariter par est aliquis illorū dupliciū ab vnitate cōtinue sumptorū. vt si
2 quis numerus cōprobet esse pariter par: statī consequat eū esse de numero dupliciū continua serie
1 ab vnitate sumptorū. Secunda particula est q₃ quilibet numerorū duplorū ab vno cōtinue sum-
Tertia. ptorū est pariter par: et hec est cōuersa ad p̄cedētē. vt 8 est vn⁹ duplorū cōtinue ab vnitate sūpto-
64 rū: quare 8 est numerus pariter par/ita 16/et 32. Tertia particula est. solū numerus qui est aliquis
31|63 duplorū ab vno cōtinue sūptorū est pariter par. sic q₃ quicūq₃ numerus nō fuerit aliquis huiusmo
16|31 di duplorum: nō potest esse pariter par. vt 6.10.12.14. Et hec statim sequitur ex prima particula.
8|15 ❡ Tertie ꝓprietatis exemplū. vt vnitas cū primo numero pariter pari sc₃ binario constituit 3 qui 3
4|7 vnitate minor est q̄ 4 ꝓximus numerus pariter par. Sic 1.2.4. simul iuncti constituūt 7 qui vni-
2|3 tate minor est q̄ 8 ꝓximus numerus pariter par. Ita 1.2.4.8. simul collecti cōponūt 15 numerum
1 vnitate minorē q̄ sit 16 sequens pariter par. Deniq₃ 1.2.4.8.16 simul cōpositi constituunt 31: qui
Quarta. vnitate minor est q̄ ꝓximus numerus pariter par 32. ❡ Ex qua per diffinitionē numeri diminuti 4
sequit quarta ꝓprietas. quia p primā ꝓprietatē quelibet pars numeri pariter paris est pariter par.
et per tertiā quotcūq₃ numeri pariter pares cōnumerata vnitate collecti: constituūt numerū sequē
te pariter pare vnitate minorē: quare cuiuslibet numeri pariter paris simul collecte partes min⁹ ip
so toto reddūt. ois igit numerus pariter par p diffinitionē est diminutus. vt 8: nā eius partes 1.2.
4. minus faciūt q̄ octo: cū solū cōstituāt 7. Ita 16 diminutus est numerus: nā ptes eius simul colle
Quinta. cte 1.2.4.8. solū reddūt 15. ❡ Pro quīta ꝓprietate prenoscendū est. q₃ pars denoians est numer⁹ 5
qui conueniēter respōdetur ad questionē quota pars. Pars autē denoiata is est numerus de quo hu
iusmodi fit interrogatio. vt siquis sciscitet quota pars est binari⁹ ipsius 32. Cōueniēter respondet
est decimasexta. Ibi 16 est pars denoians/et 2 pars denoiata. Q₃ siquis cōtra percōtet quota pars
est 16 ipsius 32: et respondeat eā esse secūdā partē. Ibi ediuerso 2 est pars denoians/et 16 pars de-
nominata. Dicit itaq₃ quinta proprietas q₃ ois numerus pariter par fit ex huiusmodi partibus sibi
mutuo respondentibus: hoc est ex ductu partis denoiantis in denoiatā et cōtra. vt bis 16 cōplent
32. sic decies sexies duo cōstituunt 32. Si autē alterna fuerit numerorū multiplicatio: idē numerus
vtrobiq₃ pueniet. Ita cum dico 4. est octaua pars dati numeri 32: ibi 4. est pars denoiata/et 8 pars
denoians. et cū cōtra dixero 8 ē q̄rta pars eiusdē numeri 32: ibi alternatiōe facta 8 pars est denoia
ta et 4. pars denoians. Et ex illis partibus sibi mutuo respōdētibus hoc est in seinuicē alternati du
ctis constituit datus numerus pariter par. nā octies 4. cōstituūt 32/sic quater 8 eundē complent
Sexta. numerū. ❡ Pro sexta ꝓprietate p̄mittēdū est tūc aliquā nūerorū seriē esse imparē: qn̄ ad q̄stionē fa 6
ctā p quot illius seriei sūt nūeri/respōdet nūerus ipar. vt 3.5.7. Tūc aūt est par: qn̄ positorū nūero
32 rū multitudo ē par. vt 2.4.6.8. Id aūt cōtinet sub extremis: qd̄ fit ex ductu extremi i extremū/id
16 est nūerus qui pducit ex multiplicatiōe vni⁹ extremi p alterū. Extremi aūt hic vocat prim⁹ date se
64 8 riei nūerus et vltim⁹. Medij aūt nūeri sunt qui ab extremis equidistāt: hoc est qui equo intercepto
4 rū nūerorū interuallo ab vno distāt extremo sicut ab altero. id aūt cōtinet sub medio in se ducto
2 qd̄ pducit ex ductu medij nūeri in se. Ille vero numer⁹ cōtinet sub duob⁹ medijs qui gignit ex du-
ctu vni⁹ medij in alterū. Prime itaq₃ partis hui⁹ sexte ꝓprietatis exēplū. vt disponāt quinq₃ nūeri pa
riter pares cōtinuo ordine sic 2.4.8.16.32. Ibi 2 et 32 sūt nūeri extremi: 8 vero est nūer⁹ medi⁹: nā
64 ab vtroq₃ extremo vni⁹ nūeri intersititio distat: et ducāt extrem⁹ in extremū sc₃ 2 in 32: pducit 64
32 Sic ducat medi⁹ nūerus 8 i seipsū: idē pducet nūer⁹. nā octies 8 cōstituūt 64. Deide circumpositi
128 16 nūeri 4 et 16/in se ducāt vn⁹ in alterū: et equalis pducit numerus ei qui fit ex medio in se ducto:
8 nam quater 16 sunt 64. Et ita facitandū est quousq₃ tota series expleta fuerit. ❡ Secunde partis
4 eiusdem proprietatis exemplum. vt disponantur continue sex numeri pariter pares: 2.4.8.16.32
2 64: quorum numerorum/2 et 64 sunt extremi: 8 vero et 16. sunt duo medij/nam ab extremis

equidistant: ab vtroq; in quã vnius tm̃ numeri interstitio. Extremus autẽ vnus in alterũ ductus
vt 2 in 64: producit 128/similiter et medius vnus in alterũ ductus vt 8 in 16 tantũdem cõficit vt
pote 128. quare quod cõtinet sub duobus extremis equũ est ei quod cõtinet sub duobus medijs
Deinde sumant duo numeri ipsis medijs circũpositi et altrinsecus illis adiecti: sc; 4. et 32/et duca
tur vnus in alterũ:producent etiã 128. quod igit continet sub ijs numeris qui altrinsecus nume-
ris medijs aduciunt: equũ est ei quod continet sub medijs vno in alterũ ducto. Et quantũlibet nu
merorũ pariter pariũ seriem protrahere libet siue imparẽ siue parẽ:idem fuerit de his atq; illis iudi
ciũ. Dicunt autẽ numeri medijs circũpositi qui cũ extremi non sint/altrinsecus iacentes vnus quí-
dẽ ab vno latere mediorũ et alter ab altero:equaliter a medijs distant. vel nullo sc; numeri inter-
stitio si proximi sint medijs:vel equal: numerorũ mediatione si non sint proximi. Et ita numeros
1 medijs circũpositos diffinias. ¶Prima proprietas numeri pariter imparis patet. vt 6 numerus pa Prima paris
riter impar:suã medietatẽ 3 habet imparem/et numeri pariter imparis 10:medietas 5 est impar/et ter imparis
ipsius 14 qui est pariter impar:medietas 7 est impar. Et hec ex diffinitiõe numeri pariter imparis proprietas.
et diffinitione numeri imparis statim est nota. ¶Secunda proprietas(vt et prima numeri pariter
paris:cui analogia oppositi respondet)intelligit de numeri pariter imparis parte numeratiua que Secunda.
sit numerus. Et de numero pariter impare vltra binariũ sumpto. Nã binarius etiã rationẽ numeri
pariter imparis et nõnullas proprietates sicut et numeri pariter paris retinet. Cuius quidem pro- 6
prietatis sit hoc exemplũ. Senarius numerus est pariter impar cuius pars binarius est par quãtita- 2 3
te:cũ sit numerus par/tñ est impar denoiatione: nã a numero impare ternario denominat. Est eni
2 tertia pars ipsius 6. Contra 3 pars senarij est impar quãtitate:cũ sit numerus impar. et est par de
noiatione:nã a nũero pare sc; binario habet denoiationẽ/cum 3 sit secunda pars ipsius 6. Ita de-
narius numerus est pariter impar. cuius pars binarius est par quãtitate sed impar denoiatione: nã 10
quinta pars. Et altera eiusdẽ pars sc; 5 est impar quãtitate sed par denoiatione:nam denoiat esse 2 5
3 secũda pars. ¶Tertia proprietas hoc declarat exẽplo. cõstituant numeri impares cõtinue ab vni Tertia.
tate hac serie:3/5/7/9/11/13/et ita consequenter/et in eorũ quẽlibet ducat binarius: nascent natu
rali serie numeri pariter impares/6/10/14/18/22/26. Si eni 2 ducat in 3:producit 6. 2 in 5:nascit
10/2 in 7:nascit 14. et ita de alijs. Et hinc pariter impares quia ex binario numero potentie et im
paribus numeris formalibus nascunt:res ex materia et forma/actuq; et potentia(quales sunt res
naturales oẽs)insinuant. Hanc autẽ tertiã proprietatem presens figura reddet patentiorem.

Impares in quos ducit binarius.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Pariter ipares ex eo ductu geniti.	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58

4 ¶Quarta proprietas ostendit numeros pariter impares continue dispositos seruare medietatẽ Quarta.
arithmeticã:sicut numeri pariter pares ex secũda proprietate cognoscuntur seruare proportiona
litatẽ geometricã. Nã proximi pariter impares equam semp seruant differentiã vtputa quaterna-
riũ. Constitutis eni hoc ordine numeris pariter imparibus:6/10/14/18/22/26. ipsius 10 ad 6 dif
ferentia et excessus est 4. eadẽ est ipsius 14 ad 10/eadẽ ipsius 18 ad 14: et ita proxime maioris ad
proxime minorẽ. Et relinquunt numeri pariter impares quatuor in medio interceptos naturali se
rie numeros:cõnumerato proxime minore precedenteq; numero pariter impare. vt inter 6 et 10
intercipiunt quatuor numeri:qui sũt 6/7/8/9/et quĩto cõstitutus a 6 loco est pariter impar sc; 10
Sic inter 10 et 14 quatuor intercipiuntur numeri:10/11/12/13/et quinto cõstitut⁹ loco est 14 nu
merus pariter impar. Quod quidẽ presenti descriptione vel apertissime constat.

Numeri naturali serie dispositi.

6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Pariter impares quaternario distãtes.

6				10				14				18				22				26

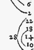
5 ¶Quinta proprietas numeri pariter imparis per analogiã duarũ proprietatũ numeri duabus di- Quinta.
stribuit particulis. Prima. oĩs numerus pariter impar duorũ circũ se proxime positorũ pariter im-
pariũ naturali serie collectorũ atq; simul iunctorũ est medietas. vt constitutis hoc ordine numeris 22
pariter imparibus: 6/10/14/18/22: 6 et 14 numeri pariter ipares circũ numerũ 10 proxime posi 18 36
ti et simul coniuncti cõplent 20:cuius 10 medius numerus est medietas. Ita 10 et 18 numeri pari- 14 28
ter impares circũ numerũ 14 proxime positi et simul iuncti cõstituunt 28:cuius 14 est medietas 10 20
Deniq; 14 et 22 circũ numerũ 18 circũpositi et simul iuncti reddunt 36:cuius 18 medius/inter- 6
ceptaq; numerus est medietas. Secunda pars. oĩs numerus pariter impar duorũ quorũcũq; pari-

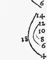


ter impariū altrinsecus iacentiū et ab eo equaliter quantūlibet distātiū est medietas. vt cōstituant pariter impares hoc ordine:2/6/10 14/18/22/26. duo numeri 6 et 22/sunt numero 14 altrisecii/ siue altrinsecus iacentes:nō quide proxime sed mediate vt hec secūda pars intelligit̃: et a dicto numero 14 equidistantes:vterq3 sc3 vnius pariter imparis interuallo. qui simul iuncti faciunt 28:cui⁹ 14 est medietas. Similiter extremi numeri 2 et 22 sunt dato numero 14 altrinseci et equidistātes simulq3 iuncti reddūt 28 quorū 14 est medietas. ℂ Sexta proprietas patet ordinatis hac serie pariter numeris pariter īparib⁹. 2.6.10.14.18.22 26.30. due medietates hoc est duo numeri medij 14 et 18 simul iūcti cōponūt 32. Deinde illis medijs proximi sc3 10 et 22 simul et invnū collecti: equalem constituūt numerū 32. Deniq3 duo datis medijs altrinieci et equidistantes 6 et 26 simul iūcti eunde cōponunt numerū 32. Postremo extremi numeri 2 et 30 datis medijs equidistātes et simul iuncti equant̃ medijs simul iunctis/et constituunt etiā 32: et tūc ad vnitatē vsq3 peruentū est. Quod si numerorū pariter impariū series fuerit impar vt 6/10/14/18/22: tunc numeri altrinsecus iacentes simul iuncti cōficiunt numerū equū ei qui fit medio addito ad seipsū. vt 10 ad 18 iunctus cōstituit 28 similiter et 6 ad 22: sicut medius numerus 14 ad seipsū additus cōstituit 28. Sed hoc statim ex precedēte proprietate cognoscit̃: qua dicit̃ numerus medi⁹ equidistantibus altrinsecis intercept⁹ eorū simul iunctorū esse medietas: quare equatur numero consurgenti ex additione sui ad seipsū. Etiā ex sexta proprietatis numeri pariter paris proprietate id statim per analogiā cognoscit̃: vbi in serie impari medius numerus seipso multiplicat̃. Quod ei ibi facit multiplicatio: hic facit additio. Et hec sexta numerorū pariter impariū proprietas cognoscit̃ ex hac numerorū proprietate hic nō enumerata sed a Iordano tertia propositione primi libri demonstrata. Si duo numeri a duobus ou[m]eris circū se positis equaliter distent/ illis coniunctis sunt equales: siue si duo circūpositi a duob⁹ medijs equaliter distent illis coniunctis sunt equales. vt 4/6/8/10/12/14. 6/et 12/equaliter distāt a duobus medijs 8 et 10 quibus circūponunt̃. quare illi coniuncti his coniunctis sunt equales. Ita 4 et 14 dictis duobus medijs 8 et 10 circūponunt̃ et ab eis equaliter distant. igitur coniuncti medijs coniunctis equant̃ constituuntq3 18. Quod et in pariter imparibus propter equalē a seinuicē distantiā quarta prosperitate ostensam contingit.

Sexta.







Nu me ri im pari ter pa ris pro prí e ta tes.

Omnis numerus impariter par aliquas eius partes habet et denominatione et quantitate respondentes: aliquas vero denominatione/quātitateq3 dissentientes. 1

Omnis numerus impariter par ex numero pariter pari et pariter impari procreatur. 2

Completa ad longitudinē et latitudinē impariter parium serie: qui per lōgitudinem descripti sunt: sextā pariter pariū seruant proprietatē. qui autē in latitudine/sextā seruant pariter impariū. Longitudo seriei est que a sinistro porrigitur in dextrū. Latitudo vero: que ab imo euadit ad sursum. 3

Nu me ri per fe cti pro pri e ta tes.

Omnis numerus perfectus alternatim altero senario/octonarioq3 terminatus comperitur. 1

Omnis numerus perfectus ex pariter paribus ab vnitate sua serie collectis nascitur: qui in vnum congesti/congregatiq3: numerū primū cōstituunt: in quē ducitur aggregatorū maximus. 2

Nu me ri di mi nu ti et abun dan tis pro prí e ta tes.

Omīs numerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto numerat̃. 1

Numerus abundans: solum abundantem numerat. 2

Nu me ri pri mi et com po si ti pro pri e ta tes.

Omnis numerus primus ad omnē quem non numerat primus est. 1

2 Omnis numerus compoſitus:a primo numeratur.

3 Omnis numerus cõpoſitus poſt aliquẽ impariũ naturali ſerie diſpoſitorũ totus eſſe probatur: quotus numerus ille impar ab vnitate fuerit aut poſt aliquem ſupra ipſum imparẽ totorũ: totus. Quotus/et totus: vt tertius/quintus/ſeptimus, et hoc pacto deinceps.

4 Oĩs numerus primus aliquis ipariũ eſt hoc pacto diſpoſitorũ qui poſt nullũ imparẽ aut aliquẽ ſupra ipſum totorũ: totus venerit/ quotus aliquis impariũ fuerit ab vnitate.

Nu me ri ad al te rum pri mi pro pri e ta tes.

1 Omnes numeri adinuicẽ primi ſinguli in ſe ducti: numeros adinuicẽ primos procreant.

2 Omnis numerus minor qui ad maiorem eſt primus/ a maiore detractus quoties poteſt/ et eo qui relinquetur quoties poteſt a minore detracto: et hoc pacto continue quoties opus eſt: tandem que detractionis vicem impediat: relinquitur vnitas.

1 ¶ Prime proprietatis numeri impariter paris exemplũ, vt 12 numerus impariter par habet partem ſcʒ binarium quantitate parem et etiam denominatione, nam denominatur a numero pari 6/eſt enim binarius ſexta pars 12. Similiter idem numerus habet ſenarium partem quantitate parem et etiam denominatione: cum 6 ſit ſecunda pars ipſius 12. quare aliquis habet partes denominatione et quantitate reſpondentes ſcʒ vel vtroqʒ modo pares vel vtroqʒ impares. Et in hoc conuenit cũ numero pariter pare. Idẽ numerus habet ternariũ partẽ quãtitate imparẽ ſed denoĩatione parem: cũ ternarius ſit quarta pars ipſius 12. Deniqʒ habet quaternariũ partẽ quãtitate pare ſed denoĩatione ĩparẽ: cũ quaternarius ſit tertia pars ipſius 12. habet igiꝰ aliquas partes denoĩatione et quantitate diſſentientes et diſcõuenientes penes paritatẽ et imparitatẽ. Tunc eni denoĩatio et quantitas cõſentiunt: cũ et quantitas et denoĩatio eſt par/ vel vtraqʒ impar. Diſſentiũt vero: cũ quantitas eſt par et denoĩatio impar/ aut quantitas impar et denoĩatio par. Et in hac ſecunda particula cõuenit numerus impariter par cũ numero pariter impare. Is eni vt medius: vtriuſqʒ et pariter paris et pariter imparis vt extremorum naturam et conditionem quodãmodo participat. Prima impariter paris ꝓprietas.

2 ¶ Neqʒ id irrationabile eſt: qñquidẽ cõpoſitũ/ eorũ ex quibus naſciꝰ naturã ſequiꝰ. Numerus aũt impariter par ex numero pariter pari et pariter impari in ſe ductis enaſciꝰ: vt ſecũda oſtendit proprietas. Quod patet conſtituendo pariter pares ſecundũ naturalẽ eorũ ſeriem a ſiniſtro in dextrũ porrectã: et pariter impares ſecundũ naturalẽ eorũ ordinẽ ab imo ſurſũ euadentẽ hoc modo. Secunda.

Pariter impares/

22		44	88	176	352	704
18	do	36	72	144	288	576
14	tu	28	56	112	224	448
10	ti	20	40	80	160	320
6	La	12	24	48	96	192
Pariter		Lon	gi	tu	do	
pares.		2	4	8	16	32

¶ Ducanꝰ itaqʒ ſinguli numeri pariter impares in quẽlibet pariter pariũ: conſtituenꝰ impariter pares. vt ſenariũ ĩ omẽs pariter pares ducendo cõſtituiꝰ primus limes impariter parium. nam 6 in 2 producit 12/ 6 in 4 gignit 24. Deinde ſecundus pariter impar in oẽs pariter pares ductus producit ſecundũ limitem impariter parium. vt 10 in 2/ producit 20/ 10 in 4 producit 40. Tertius pariter impar ductꝰ in deſcriptos numeros pariter pares: tertiũ producit limitẽ. quartus quartũ/ et quintus quintũ. vt ſola oſtendit multiplicatio. Et ita cõpletur ſeries impariter pariũ ad longitudinẽ et latitudinẽ: longitudinẽ in quã a ſiniſtro in dextrũ porrectã ſic 12/24/48/96/192. latitudinẽ vero ab imo ad ſurſũ extentã ſic 12/20/28/36/44. ¶ Et numeri pariter ipares per lõ- Tertia.

3 gitudinẽ deſcripti ſeruant ſextã pariter pariũ proprietatẽ: nã in ſerie impari quod continetꝰ ſub extremis/ equũ eſt ei quod continetꝰ ſub medio in ſe ducto. Et in ſerie pari quod continetꝰ ſub extremis equũ eſt ei quod continetꝰ ſub duobus medijs. Secundũ latitudinẽ vero deſcripti numeri pariter impares ſeruant ſextã pariter impariũ proprietatẽ. nã in ſerie impari extremi ſimul iuncti equalem cõficiunt numerũ vt medius ſibiipſi adiectus: et in ſerie pari extremi ſimul iuncti eũ cõponũt numerũ quẽ duo medij ſimul iuncti/ deinde circũpoſiti. Quod omne exẽplo euadet manifeſtius.

Capiant̃ numeri impariter pares primi limitis secundũ longitudinẽ descripti et in serie impari vt⸗ pote 12/24/48/96/192. Extremi 12 et 192 vnus in alterũ ducti producunt 2304. Medius itidẽ 48 in se ductus eunde producit numerũ 2304. Deinde circũpositi 24 et 96 vnus in alterũ ducti eundẽ gignunt numerũ 2304. Deinceps capiant̃ numeri impariter pares secundũ longitudinẽ in serie pari: vt 12/24/48/96. Extremi 12 et 96 alter in alterũ ducti producunt 1152. Eundẽ et medij 24/et 48 producunt numerũ: si vnos per alterũ multiplicet̃. Quare secundũ longitudinẽ ser⸗ uat̃ pariter pariũ sexta proprietas. Postea capiant̃ numeri impariter pares primi limitis secũdum latitudinẽ descripti et in serie impari scȝ 12/20/28/36/44. Extremi 12 et 44 simul adiuncti com ponunt 56. Eundẽ medius numerus 28 sibiipsi adiectus cõstituit: eundẽ et circũpositi 20 et 36 si⸗ mul adiuncti cõplent. Demũ sumant̃ impariter pares primi limitis secundũ latitudinẽ descripti in serie pari: scȝ 12/20 28/36. Extremi 12 et 36 simul iuncti constituunt 48: quem et medij 20 et 28 simul vnaqȝ collecti itide cõplent. Planũ est itaqȝ secundũ latitudinẽ seruari sextã proprietatẽ pari⸗ ter impariũ. Et vt de primo limite ostensũ est: ita de quolibet altero ostendendũ est. Subiecta autẽ ostendit descriptio qui numeri producant̃ in quolibet quinqȝ limitũ tam imparis q̃ paris seriei se cundũ longitudinẽ ex ductu extremorũ circũpositorũ aut mediorũ per multiplicationẽ. Qui pre⸗ terea numeri cõponantur in quolibet quinqȝ limitum tam imparis q̃ paris seriei secundũ latitudi⸗ ne ex adiunctione extremorum circũpositorum aut mediorum per additionem: quo in omnibus limitibus hec proprietas innotescat.

Producti ex ductu impariter parium secundum longitudinem.

	Li	mi	tes	eo	rum.
	1	2	3	4	5
In serie impari.	2304	6400	12544	20736	30976
In pari.	1152	3200	6272	10368	15488

In serie quidẽ impari uomerus signatus producit̃ primo ex ductu primi in quintum. secundo: secundi in quartũ. tertio: tertij in seipsũ. In serie autẽ pari: primo ex ductu primi ĩ q̃rtũ. secõdo ex ductu secũdi ĩ tertiũ.

Compositi ex adiunctione impariter parium secũdum latitudinem.

	Li	mi	tes	eo	rum.
	1	2	3	4	5
In serie impari.	56	112	224	448	896
In pari.	48	96	192	384	758

Hic in serie impari notatus numer⁹ cõponit̃ primo ex adiũctione primi cũ quito. secũdo. secũdi cũ quarto. Tertio tertij cũ seipso. In serie vero ipari ex adiũctiõe primi cũ q̃rto/et secũdo ex collectiõe secũdi cũ tertio

Prima nũeri pfecti proprietas. ¶ Prima proprietas numeri perfecti patet. nã primus numer⁹ pfectus 6 terminat̃ senario/secũd⁹ 1
28 octonario. Tertius autẽ 496. rursũ senario desinit. quartus vero: 8128/terminat̃ octonario: et ita deinceps loco impari dispositus senario/pari vero octooario terminatus cõperietur.

Secunda. ¶ Secunda sic ostendit̃. colligant̃ ab vnitate (ea quidem cõnumerata) oumeri pariter pares qui si 2
mul iuncti cõstituunt numerũ primũ. vt 1/2/simul collecti cõstituunt 3 numerũ primũ/in quẽ du⸗ cat̃ 2 aggregatorũ maximus: fit 6 numerus perfect⁹. Deinde vlterius progrediendo 1/2/4/simul additi cõstituunt 7 uumerũ primũ: in quem ducatur 4 adiunctorũ maximus et postremus/fit 28
15 numerus perfectus. At 1/2/4/8/pariter pares constituont 15 qui primus non est sed compositus:
8 idcirco hoc pacto numerũ pfectũ nõ generant. Sed 15 numerus ex pariter paribus simul collectis cõstãs et per aggregatorũ maximũ scȝ 8 multiplicatus producit 120 numerũ abũdantẽ vt qui/a 12 oumero abundante numeret̃ secundũ 10. Deinceps 1/2/4/8/16/simul adiecti cõstituũt 31 nu merũ primũ: i quẽ ducat̃ 16 maximus collectorũ/fit 496 numerus pfectus. Atqui 1/2/4/8/16 32
62 simul additi constituunt 63 numerum compositũ (vt qui a 21/11/7/et 3 numeret̃) quare eo modo
32 numerũ pfectũ nou cõstituunt: sed 63 numerus ex pariter paribus simul adiunctis cõpositus et p adiũctorũ maximũ 32 multiplicatus producit 2016 numerũ abundantẽ: quia a 12 numero abun dante numerat̃ secundum 168: quare per numeri abundantis proprietates/abundãs est. Omnis enim numerus ab abundante numeratus: vt sit abundans oportet. Deniqȝ 1.2.4.8.16.32.64. si mul adiuncti constituunt 127 numerũ primũ: qui per maximum aggregatorũ 64 multiplicatus producit numerũ perfectum 8128. Et ita de alijs consimili modo dicendum est. Vt hec oculis sub iecta descriptio clare ostendit.

Pariter pares.	1	2	4	8	16	32	64
Numeri primi ex superioribus collecti.		3	7		131		127
Numeri perfecti geniti.		6	28		496		8128

Boecius Neqȝ pretermittendũ est id quod de numero perfecto diuus Seuerinus Boecius annotat primi li⸗ bri sue Arithmetices capite decimonono/eũ videlicet virtuti propemodũ assimilari inter abundã

tiã defectũq; medie:q̃ haud dissimiliter is numerus inter abundantẽ/diminutũq; mediet. Inquit
eni. Inter hos autẽ (sc3 abundantẽ et diminutũ) medij tẽperamentũ limitis sortitus est ille nume-
rus qui perfectus dicit/virtutis scilicet emulator. qui nec superuacua progressione porrigit: nec cõ
tracta rursus diminutione remittit. sed medietatis obtinens terminũ suis equus partibus nec cras
satur abundantia nec eget inopia. Et sane huic assimulationi satis respondet huiuice numeri nomẽ
quo perfectus dicit: q̃nquidẽ perfectio ois a virtute proficiscat. Neq; ab illo discrepat q̃ rarissim⁹
inuentu sit numerus perfectus. Nempe intra denariũ solus 6 perfectus est/Intra cẽtenarium solus
28. Intra millenariũ vnicus 496. Intra decẽ milia solus 8128: vt inquit idẽ Boecius p̃noiati libri
capite vicesimo. Abũdantes autẽ et diminuti inueniunt q̃plurimi. haud aliter plane q̃ per viciorũ
deuis aberrantes et exuperatione defectioneue delinquentes hoies inuenias pene infinitos: p me
dium autem et rectum virtutis callem progredientes oppido q̃ paucos. Vt merito deplorandum
sit quod conqueritur Iuuenalis. Iuuenalis

Rari quippe boni/numero vix sunt totidem: quot
Thebarum porte vel diuitis hostia Nili.
Et plane verum est quod idem subiungit.
Egregium/sanctumq; virum si cerno: bifformi
Hoc monstrum puero/aut miranti iam sub aratro
Piscibus inuentis aut fete comparo mule:
Sollicitus/tanq̃ lapides effuderit imber.

1 ¶ Prime proprietatis numeri diminuti et abundantis exemplũ. vt binarius numerus diminutus Prima proprietatũ numeri diminuti et abũdantis.
est et ternarius/quinarius et septenarius/et eorũ vnusquisq; sola nona denumerat: cũ sit numer⁹
primus. Ita quaternarius numerus diminutus a binario numero diminuto numerat: et octonari⁹
numerus diminutus a binario et quaternario numero diminuto/sic denarius a quinario numero
diminuto itidẽ et binario. quare numerus diminutus a numero perfecto aut abundante minime
numerari potest. Numerat tñ diminutus perfectũ: vt ternarius senariũ et quaternarius 28. nume-
2 rat et diminutus abundantẽ: vt ternarius 12/quaternarius 16/nouenarius 18. ¶ Secũde proprie- Secunda
tatis exemplũ. vt 12 numerus abundans solũ numerat numerũ abundantẽ: vt 24 secũdũ 2 et 36
secundũ tria. numerat itidẽ 48 secundũ 4/et 60 secundũ 5. Ita 16 numerus abundans solũ nume
rat abundantẽ: vt 32 secundũ binariũ/et 48 secundũ ternariũ/et 64 secũdum quaternariũ. Ita et
18 numerus abundans numerat solũmodo numeros abundãtes: vt 36 secundũ binariũ/54 secũ-
dum ternariũ/72 secundũ quaternariũ: et ita de reliquis. Quare numerus abundans perfectũ non
numerat neq; diminutũ: numerat tñ a perfecto vt 12 a senario similiter et 18. et a diminuto. vt 12
1 a ternario et 16 a quaternario. ¶ Prime proprietatis numeri primi et cõpositi exemplũ. vt terna- Prima proprietatũ numeri primi et cõpositi.
rius est numerus primus et nõ numerat quinariũ: ergo ad quinariũ est primus/et sunt ternarius et
quinarius numeri adinuicẽ primi siue contra se primi. Sic ternarius non numerat septenariũ neq;
octonariũ: est ergo primus ad vtrumq; eorũ. Numerus autẽ primus ad alterũ quem numerat cõ-
paratus: cõmunicans est et cõmẽsurabilis. vt ternarius ad senariũ/nouenarium/et duodenarium.
2 ¶ Secunde proprietatis exemplũ. vt senarius numerus compositus a ternario numero primo nu Secunda
meratur: et octonarius cõpositus a binario numero primo. Denarius itidem compositus a quina
3 rio numero primo/et 14 compositus a septenario numero primo. et ita deinceps. ¶ In tertia pro Tertia
prietate totus et quotus relatiua sunt ordinis: vt tantus et quantus magnitudinis/et tot et quot
multitudinis. Et totus idem est quod eius ordinis/quotus vero cuius ordinis. respondentq; eis
noia ordinẽ numeralẽ denotantia: primus secundus tertius quartus quintus. Disponant itaq; im
pares naturali serie sic. 3/5/7/9/11/13/15/17/19/21/23/25/27/29/31/33/35. et ita cõsequenter: ter-
narius est ab vnitate numerus tertius. In hac itaq; serie impariũ sumat tertius post ternariũ nõ cõ
numerato ternario vtpote nouenarius: ipse per primã huius proprietatis p̃ticulam est cõpositus/
quis est tertius post aliquẽ impariũ naturali serie dispositorũ vtpote post ternariũ. quotus sc3 ter-
tius est numerus impar videlicet ternarius ab vnitate. Deinde sumatur tertius post 9 sc3 15: et hic
quidẽ per secundã proprietatis partẽ cõpositus est: cũ sit totus post aliquẽ totorũ supra ipsum im
parem. Est enim tertius post aliquẽ tertiorũ supra ternariũ datũ imparem. Rursum sumat tertius
post 15 sc3 21/et post illũ tertius 27 et post eũ tertius 33: oẽs hi sunt per secundã proprietatis par-
ticulã cõpositi. Sic quinarius est ab vnitate quintus numerus. in hac ergo serie sumat quintus post
quinariũ ipso quinario nõ cõputato sc3 15: ille cõpositus est/et totus sc3 quintus post aliquẽ impa
riũ naturaliter dispositorũ: quotus ipse impar 5 est ab vnitate. Deinde post 15 sumat quintus. sc3 25:

et ille itidē est cōpositus/q sit quintus post aliquē quintorū supra primo acceptū imparē. Denicq post 25 sumat quintus 35 et ille eadē ratione cōpositus est. Ita post septenariū qui ab vnitate septimus est/sumat septimus in ordine naturali impariū sc3 21:ille quidē cōpositus est. Et post 21 rursū capiat septim9 35/et ille cōpositus est:q septimus sit post aliquē septimorū supra datū imparē. Et

Quarta. ita de alijs. ¶ Quarta proprietas patet. vt quinarius numerus primus non est totus post aliquem 4
impariū:quotus impar ille fuerit ab vnitate. nā quinarius est primus post ternariū in ordine dato: at ternarius est tertius ab vnitate. similiter septenarius est secūdus a ternario qui est impar tertius ab vnitate:non est ergo idē ordo numeri primi ad imparē/et imparis ad vnitatē. Ita 11 quartus est a ternario qui est tertius ab vnitate:et tertius a quinario qui est quintus ab vnitate. Sic neq numerus prim9 est tot9 post aliquē totorū supra ipatē prius acceptū/quotus ille est ab vnitate:vt iductione fit q̄ manifestissimū. Et he due proprietates hac figurali descriptione euadēt dilucidiores.

Toti a septenario aut aliquo toto supra ipm.									7							7						
Toti a quinario aut alio toto supra ipm.						5					5					5						5
Toti a ternario.				3			3			3			3			3			3			3
Impares	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
ipares cōpositi				9			15			21		25	27			33	35		39			45
Nūeri primi	3	5	7		11	13		17	19		23			29	31			37		41	43	

Prima numeri ad alterū primi proprietas

¶ Prime proprietatis numeri ad alterū primi exemplū. vt 2 et 3 sunt numeri ad alterū primi. Ducant ergo singuli in se:vt bis 2 sunt 4/et ter 3 sūt 9:numeri producti 4 et 9 etiā sunt numeri adinuicem primi. Ita 4 et 5 numeri contra se primi ducant vterq in seipsū:vt quater 4 sūt 16/et quinquies 5 sunt 25:numeri producti 16 et 25 sunt numeri ad alterū primi. Sic 5 et 6 numeri sunt contra se primi et ducant quisq in se:producti quadrati 25 et 36 etia erunt numeri adinuicem primi. Vt hec descriptio dilucide ostendit. 1

Numeri adinuicem primi quisq in seipsum ducti.	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Numeri adinuice primi ex superioribus producti.	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121

Secunda. ¶ Secunde proprietatis exemplū. vt 16 et 25 sunt numeri contra se primi inequales quorū minor 2
25 16 substrahat a maiore 25 et residuus erit 9 qui quoties potest vt semel sub ducat a minore prius
16 dato 16 superestq septenarius. qui deinde quoties potest substrahat a nouenario sc3 semel et rest
9 dua est dualitas: qua quoties potest sc3 ter a septenario detracta reliqua est vnitas que diuisionis
7 vlteriore progressionē impedit. Similiter 25 et 36 sunt numeri contra se primi inequales:quorum
2 minore 25 a maiore 36 detracto/residuus est vndenarius. qui quoties potest sc3 bis a minore 25 si
1 detractus fuerit:residuus est ternarius. et illo quoq ter quoties potest ab vndenario detracto superest binarius. quo semel a ternario ablato reliqua est vnitas/diuisionem ampliorem prepediens.
36 Quod et in minoribus contra se primis/5 et 8/5 et 13/7 et 10 facile cernitur.

25 E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro pri e ta tes.

11 Equalitas est inequalitatis principium.

3 Omnis inequalitas ex equalitate nascitur. 1

2 Omnis inequalitas in equalitatem resoluitur. 2

1 Mul ti pli cis pro pri e ta tes. 3

Multiplices ceteris inequalitatibus sunt antiquiores/origineq priores.

Omnis multiplex ex continua numerorū serie ad vnitatem relata consurgit. 1 2

Multiplex/multiplicis modus atq species.

Omnis multiplex maiorem habet multiplicem.

Spe cie rum mul ti pli cis pro pri e ta tes. 3

Omnes dupli ex singulis paribus a binario sūptis ad singulos seriei numerorum ab vnitate continue comparatis:nascuntur. 1

Omnis triplus:a ternario duobus post singulū queq triplum naturalis seriei 2

numerorũ continue dimissis procreatur.

3 Quadruplus itidẽ cõtinue tribus post singulũ queq; quadruplũ relictis numeris nascit̃. et hoc pacto de quincuplo/sescuplo et ceteris.

Su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omis superparticularis: supparticularẽ supra se reliquit minorẽ. Minorẽ enĩ eã esse dicimus: cuius pars a maiori numero denoiatur.

2 Omnis supparticularis ex cõtinua serie numerorũ: cõtinue proxime sequẽtis ad suũ precedentẽ cõparati: sumit inicium.

Spe cie rum su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omnis sesqualter ex naturalibus/continuisq; triplis: ad naturales/cõtinuosq; duplos cõparatis enascit̃.

2 Omnis sesquitertius pari pacto ex cõtinuis quadruplis ad continuos triplos cõparatis elicitur.

3 Omnes sesquiquarti ex cõtinue quincuplis ad cõtinuos quadruplos cõparatis simili origine extrahunt̃. Et hoc pacto sesquiquinti ex sescuplis et quincuplis/et sesquisexti ex septuplis et sescuplis: et ita deinceps.

1 ¶ Pro equalitatis et inequalitatis proprietatibus id cognitu dignũ est q; sicut vnitas principium est omis numeri secundũ se/et ois numerus ex vnitate nascit̃ et in vnitatẽ resoluit̃: ita equalitas est inequalitatis principiu producens/oisq; inequalitas ex equalitate nascit̃/et in equalitatẽ resoluit̃. Et cũ equalitas et vnitas ipsi sũme enti attribuant̃/multitudo vero et iequalitas rebus ab eo emanantibus: osteodũt in vestigio he diuine proprietates summũ ens rerũ oim esse principiũ/oiaq; ab eo ortũ ducere et in eũ reuocari. Quodq; magis mirũ: oõ ex bina aut quaterna equalitate nascitur ineq̃litas sed trina solũ: quod rerũ oiũ pricipiũ/maxime vnũ trinũq; tenui quodã vestigio indicat. — *Prima proprietatũ eq̃litatis et inequalitatis.*

2 ¶ Vt autẽ manifestũ euadat quomodo ois inequalitas idest inequalitatis species ex equalitate trina nascitur: tria seruanda sunt precepta: que sunt/primũ: primũ/ secũdũ: primũ/secũdũ bis/tertiũ. Et significant q; datis tribus equalibus terminis suis limitibus dispositis: et a sinistro in dextrum porrectis/designatisq; subter tribus alijs locis pro his qui nascent̃ inequalibus numeris scribẽdis Primus terminus primo subsigneт̃ loco/deinde primus et secundus simul addant̃: et cõpositus ex eis numerus/secundo supponat̃ loco/sub secundo eminentiore. Postremo primus terminus addatur secundo bis sumpto/et tertio semel sumpto: et numerus ex illis cõpositus tertio colloceт̃ loco: illi tres inequales subscripti/ex tribus equalibus suprascriptis sunt geniti: et inter se proportionales. Et ita ex inequalibus prius genitis: inequales posteriores eisdem preceptis nascunt̃ per solã additionẽ. Quod vt exactius cognoscat̃: quinq; secũdũ numerũ specierũ inequalitatis pooun̄t regule. Prima. Multiplicũ dupli immediate ex equalitate nascunt̃/et tripli ex duplis/quadrupli ex triplis/et proxime maiores cõsequenter ex proxime minoribus. Sint date tres vnitates tribus locis disposite sic. 1. 1. 1. per primũ preceptum in primo inferiori loco sine additione nascitur vnitas/per secundõ preceptũ ex additione primi ad secundũ siue prime vnitatis cũ secunda: nascitur secũdo loco binarius. per tertium preceptũ: primũ adiunctũ secũdo bis sumpto/item et tertio semel: producit quaternarium tertio loco. Geniti autem numeri inequales. 1. 2. 4. sunt inter se dupli vt hec ostendit formula. In q̃ vnitas primo loco posita dicit̃ primũ/ secundo loco posita: secundũ/ et tertio loco: tertiũ. Et ita triũ nũerorũ ex quib⁹ alij gignuot̃: prim⁹ primũ/secũd⁹ secũdũ/et terti⁹ tertiũ appellat̃ — *Secunda.*

1	1	1	Trina equalitas.
1	2	4	Dupli ex trina equalitate.
1	3	9	Tripli ex duplis.
1	4	16	Quadrupli ex triplis.

¶ Secunda regula. Superparticulares nascunt̃ ex multiplicibus consimilis denoiationis sed conuersis: vt sesqualteri ex duplis conuersis/et sesquitertij ex triplis/sesquiquarti ex quadruplis: et ita deinceps. Consimilis denoiatioois dicunt̃ qui ab eodẽ numero denoiant̃: vt tripli a ternario/item et sesquitertij. Conuersi autẽ sunt: cũ maior primo loco ponit̃ et medius secundo/minor vero postremo collocat̃ loco. vt sint dati dupli cooversi. 4. 2. 1. Primus per primũ preceptũ sine adiectione

conſtituit quaternarium/primus adiunctus ſecundo per ſecūdum preceptū efficit ſenarium. Deni q; primus adiunctus ſecundo bis ſumpto et tertio:coſtituit nouenariū. Geniti numeri.4.6.9. ſunt ſeſqualteri.vt ſubiecta oſtendit figura.

1	2	3	Limites.
4	2	1	Dopli conuerſi.
4	6	9	Ex quibus ſeſqualteri.
9	3	1	Tripli conuerſi.
9	12	16	Ex quibus ſeſquitertij.
16	4	1	Quadrupli conuerſi.
16	20	25	Ex quibus ſeſquiquarti.

℄ Tertia regula. Superpartientes naſcunt̄ ex cōſimilis denoiationis ſuperparticularibus ſed conuerſis:vt ſuperbipartientes ex ſeſqualteris/ſupertripartientes ex ſeſquitertijs/et ſuperquadripartiētes ex ſeſquiquartis conuerſis. Sint dati ſeſqualteri cōuerſi.9.6.4.primus per primum preceptum in primo loco conſtituit 9.primus adiunctus ſecundo ſc3 9 ad 6 per ſecūdum preceptū: cōponit 15.Poſtremū primus adiunctus ſecundo bis ſumpto et tertio ſc3 9 ad bis 6 ſiue 12 cū 4 p tertium p̄ceptū/reddit 25. Tres numeri producti 9/15/25 ſunt ſupbiptientes vt ſubſcripta oſtēdit figura.

1	2	3	Limites
9	6	4	Seſqualteri conuerſi.
9	15	25	Ex quibus ſuperbipartientes.
16	12	9	Seſquitertij conuerſi.
16	28	49	Ex quibus ſuptripartiētes.
25	20	16	Seſquiquarti conuerſi.
25	45	81	Ex quibus ſupquadriptiētes.

℄ Quarta regula. Multiplices ſupparticulares naſcuntur ex ſuperparticularib⁹ directis vt dupli ſeſqualteri ex ſeſqualteris/et ita conſequenter.

℄ Quinta. Multiplices ſuperpartientes naſcuntur ex ſuperpartientibus directis vt dupli ſuperbipartientes ex ſuperbipartientib⁹. et ita deinceps.

Limites.	1	2	3		1	2	3	Limites.
Seſqualteri.	4	6	9		9	15	25	Superbipartientes directi.
Du.ſeſqual.	4	10	25		9	25	64	Dupli ſuperbipartientes.
Seſquitertii.	9	12	16		16	28	49	Supertripartientes.
Du.ſeſquiter.	9	21	49		16	44	121	Dupliſupertripartientes.
Seſquiquarti.	16	20	25		25	45	81	Superquadrupartientes.
Du.ſeſquiquarti.	16	36	81		25	70	196	Dupliſuperquadrupartientes.

Tertia. ℄ Tertia aute proprietas proponit oēm inequalitate reſoluēdā eſſe in equalitatē:quod oppoſito ad cōpoſitionē fit modo/a poſterioribus et genitis ad priores et producentes deueniēdo quouſq; 3 in vnitatē reuocent̄ Fit autē reſolutio his tribus preceptis/primū:primū de ſecundo: primū/ſecundō bis de tertio. Quorū hec eſt intelligentia. Datis tribus terminis inequalibus adinuicē proportionalibus et ſuis locis diſpoſitis/ſuper quos tres itidē reſpondentes intelligant̄ loci:in quibus numeri quos fiet reſolutio ſcribendi ſiot. primus terminus ſine ſubſtractione integer primo loco ſuperiori ponet̄. Deinde primus ille ſupraſcriptus de ſecundo ſubſcripto detrahet̄: et quod reſiduū fuerit/ ſecūdo loco ſuperiori ſignabit̄ Poſtremo primus ſupraſcriptus ſemel et ſecūd⁹ ſupraſcript⁹ bis ſubſtrahet̄ a tertio ſubſcripto:et quod reſiduū fuerit/tertio loco ſuperiori ſignabitur:tunc tres numeri in locis ſuperioribus notati ſunt in quos inferiores dati reſoluti ſunt. huiuſmodi autem reſolutio quinq; regulis oſtenditur.

℄ Prima. multiplices poſteriores io proxime priores ex quib⁹ geniti ſunt reſoluunt̄: et illi rurſū in priores quoad ad equalitatē puētū fuerit. Sint dati tres quadrupli.1.4.16. Prim⁹ p primū p̄ceptū primo ſuperiori loco ponetur. Deinde primus de ſecundo ſc3 quaternario auferatur:et ternarius reſiduus ſecundo loco ſuperiori ponat̄. Poſtremo primus ſc3 vnitas et ſecundus ſc3 ternarius bis de tertio inferiori loco poſito auferatur: et reſiduus erit nouenarius tertio loco ſuperiori ſignād⁹. Tres numeri ſuperiores reſidui.1.3.9. ſunt tripli:in quos quadrupli reducunt̄ hoc modo.

Equalitas.	1	1	1	Limites.	1	2	3
Dupli.	1	2	4	Equalitas.	1	1	1
Tripli.	1	3	9	Dupli cōuer.	4	2	1
Quadru.	1	4	16	Seſqualteri.	4	6	9

℄ Secunda regula. Superparticulares reſoluunt̄ i multiplices conuerſos ex quibus naſcūtur:et illi in priores quoad ad vnitatis equalitatē perueniat̄. hoc ſeruato q; minimus triū inequaliū ſiue primo ſiue tertio poſitus loco:ſemper ſit primus. Nam hec reſolutio per ſubſtractionē fit non autē poteſt a minore numero maior ſubſtrahi. huius exemplum in ſuperiore figura poſitum eſt.

Equalitas	1	1	1	Equalitas.	1	1	1
Dupli cōuer.	4	2	1	Dupli cōuer	4	2	1
Sesqual.con.	9	6	4	Sesqualteri	4	6	9
Supbipartien.	9	15	25	Dupli sesql.	4	10	25

¶Tertia regula. Suppartientes resoluunť in supparticulares conuersos ex quibus sūt geniti/ et illi i multiplices cōuersos vsq3 ad vnitatem. ¶ Quarta multiplices superparticulares resoluuntur in sesqualteros/et illi in multiplices cōuersos ex quibus gigounť vsq3 ad vnitatē.et he due regule superiore figura patent. ¶ Quinta regula.multiplices superpartientes reducuntur in superpartientes directos ex quibus gignuntur: et hi in superparticulares conuersos/qui deinde i multiplices conuersos donec ad vnitatē peruentum fuerit.Siue autem directi sint numeri inequales siue conuersi;eodem semper modo fit resolutio/a minimo scilicet incipiendo et eum primo loco constituendo.vt subiecta ostendit formula/ab infimo limite ad superiores ascendendo intelligenda.

1	1	1	Equalitatem resoluuntur et hic est status.
4	2	1	Duplos conuersos:qui consequenter in
9	6	4	Sesqualteros conuersos/qui resoluuntur in
9	15	25	Superbipartientes directos/et hi in
9	24	64	Dupli superbipartientes resoluuntur in

1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

¶Pro prima ꝓprietate multiplicis itelligēda figureť hoc modo mēsula pytagore / cōstituta et in dextrū et i deorsū serie nūerorū vsq3 ad denanū:et quolibet nūero limitis deorsū tēdētis ducto i singulos numeros limitis i dextrū porrecti/et ita cōpletis i dextrū decē limitibus. Prima multiplicis proprietas.

Qui in primo limite et in sinistrū/ et deorsū porrecto (nā iidē sūt) cōstituti sūt nūeri;ꝓgenitores sūt.In seqūētib⁹ vero limitib⁹ geniti.vt in scđo limite vtrolibet porrecto geniti ex ductu binarij i totū primū limitē. In tertio limite ex ductu ternarij i singulos primi limitis. In quarto limite ex ductu quaternarij in singulos numeros primi limitis:et ita consequenter. Numeri aūt sequentiū limitū ad primū limitē suorū sc3 ꝓducētiū cōparati:multiplices sunt. vt numeri secundi limitis ad numeros primi limitis sunt dupli/sic tertius limes ad primum triplus/et quartus ad primū quadruplus:et ita consequenter multiplices suam a primo limite habent originem/ et ad primū suā denoiationē.Supparticulares vero nequaq̄:sed a sequentibus post primū limitibus.vt tertius limes ad secundū sesqualter est/et quartus ad ternū sesquitertius / et ita consequenter.Preterea multiplices ab aliis inequalitatibus non habēt originē imo ab vnitate fōte ois equalitatis;sed alie inequalitates ab eis/ vt supparticulares ex multiplicib⁹ ad multiplices cōparatis vt sequētes eorū proprietates ostendēt.Cōstat igitur his duabus rationibus multiplices ceteris inequalitatibus antiquiores esse et origine priores. ¶Secunda ꝓprietas patet constituta naturali nu
2 merorū serie:1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. et ita quātūlibet ꝓgrediēdo:cōparādo quēlibet subide numerorū ad vnitatē ꝓueniēt oēs species multiplicis. Est eni 2 ad 1 duplus/3 ad 1 triplus/ 4 ad 1 quadruplus:et ita deiceps ois numerus ad vnitatē relatus cōstituit speciē multiplicis a se denoiatā: vt 5 ad 1 quicuplus/6 ad 1 sescuplus. Secunda ¶Tertia ꝓprietas manifesta est ex hoc pricipio ꝙ series numerorū i ifinitū augeť:q̄re dato quocūq3 multiplice:dari pōt alteri⁹ speciei maior. vt decuplo maior duodecupl⁹/et vndecuplo maior duodecupl⁹ sicut 11 est maior q̄ 10/et 12 ē maior q̄ 11.Est enī ma Tertia
1 ior multiplex:qui a maiore nūero denoiať Modo dato quocūq3 nūero cōtigit dare maiorē ¶Pro duplorū ꝓprietate cōstituať naturalis series nūerorū ab vnitate cōtinue porrecta:deide vnitati supposito binario/ceteris supponāť nūeri pares suo ordie cōsequētes vt vn⁹ tm̄ i medio dimittať: suppositi ad suppositos sūt dupli.Sic ad iueniēdos triplos cōstituta naturali serie numerorū et vnitati ternario primo triplo supposito:duob⁹ post p̄cedētē triplū dimissis nūeris/tertio loco ꝓueniēs suscribať cuiq3 supposito:suppositi ad suppositos erūt tripli. Ad ineniēdos q̄druplos cōstituta naturali serie/et post ꝓxime minorē quadruplū tribus numeris in medio dimissis:quarto loco ꝓueniēs erit ad proximum seriei numerorū quadruplus.Sic post primū quicuplū quatuor in medio dimissis;loco quinto proueniēs est quincoplus ad consequentē naturali numerorū serie subquincuplū. Et post proximum sescuplum quinq3 in medio dimissis sextus est sescuplus.vt hec ostēdit figura. prima specierū multiplicis ꝓprietas.

Dupli ad ſuppoſitos.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tripli ad ſuppoſitos	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrupli ad ſuppoſitos	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quincupli ad ſuppoſitos	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Seſcupli ad ſuppoſitos	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Prima ſuperparticularis proprietas.

¶ Pro prima proprietate ſuperparticularis id ſupponatur oportet maiorē eſſe ſuperparticularem cuius pars a minore numero denominatur/minorē vero eam:cuius pars a numero minori. vt ſeſquidecimus minor eſt, ſeſquiquarto. Nam ſeſquidecimi pars vtpote decima a maiore numero ſcilicet decem denominatur. Seſquiquarti vero pars vtputa quarta a minore numero ſcilicet quatuor. Eſt ſane maior alicuius rei pars quarta q̄ eiuſdem decima. Et hinc cognoſcitur ſuperparticularis oppoſito modo ſe habere ad multiplicem:qui plane maior eſt cum a maiore denominatur numero / et minor:cum a minore. Quare vt datur minimus multiplex ſcilicet duplus : non autem maximus vt tertia eius oſtendit proprietas:ita datur contra maximus ſuperparticularis ſcilicet ſeſqualter/ vt qui a minimo numero binario denominetur. non autem minimis:quandoquidem dato quocunq; contingit dare minorem/denominatum ſcilicet a numero maiore. Supponimus eni ab omni numero:partem ſuperparticularis denominari poſſe. Modo dato quocunq; numero datur maior. 1

Secunda.

¶ Secunda proprietas patet deſcriptis a binario(nam ad vnitatem nullus numerus ſeſqualter eſt:cum vnitas partem non habeat) numeris naturali ſerie ſic. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Ternarius ad binarium eſt ſeſqualter/ 4 ad 3 ſeſquitertius; 5 ad 4 ſeſquiquartus/ 6 ad 5 ſeſquiquintus. et ita conſequenter proxime ſequentē ad ſuū precedentem comparando: ſumuntur omnes ſuperparticularis inequalitatis ſpecies et modi. 2

Specierū ſuperparticularis ꝓprietates.

¶ Pro proprietatibus ſpecierum ſuperparticularis deſcribantur naturali ſerie continue dupli ex proprietatibus ſpecierum multiplicis ſumpti:ex illis ſuperponantur continue tripli vt primus triplus primo duplo/et ſecundus ſecundo:ſuperpoſiti ad directe ſuppoſitos erunt ſeſqualteri. 1

¶ Deinde triplis ſuperpoſiti quadrupli erunt ſeſquitertij. ¶ Quadruplis ſuppoſiti quincupli erūt ſeſquiquarti / et quincuplis ſeſcupli:erunt ſeſquiquinti:ſeſcuplis vero ſeptupli:erunt ſeſquiſexti. et ita conſequenter. Vt hec oſtendit figuralis deſcriptio. 2 3

Seſquiqr.	Quincu.	5	10	5	20	25		8	16	24	32	40	Octupli	ſeſquiſeptimi.
Seſquiter.	Quadru.	4	8	12	16	20		7	14	21	28	35	Septupli	ſeſquiſexti.
Seſqual.	Tripli.	3	6	9	12	15		6	12	18	24	30	Seſcupli.	ſeſquiquinti.
	Dupli.	2	4	6	8	10		5	10	15	20	25	Quincu.	

Su per par ti en tis pro pri e ta tes

Omnis ſuperpartiens maiorem ſupra ſe ſuperpartientem relinquit. Maior ea eſt:que a maiore numeto ſuam denominationem ſumit. 1

Omnes ſuperpartientes ex continue a quinario imparibus ad numeros cōtinua ſerie ternario ſuccedētes comparatis ſurgunt. 2

Spe ci e rum ſu per par ti en tis pro pri e ta tes

Continue ſuperbipartientes naſcentur:ſi in vtrunq; terminū primi ſuperbipartiētis binarius ducitur/et rurſus in terminos producte ſuperbipartientis/et ita quoties in productos terminos ducetur binarius. 1

Continue ſuptripartiētes ſimili creatione ſurgent:ſi in terminos prime ſupertripartiētis ternarius ducitur / et in prodnctos terminos. et ita deinceps. Et ſuperquadrupartientes:ſi in primos eiuſdem inequalitatis terminos duxeris quaternarium. Et idem quoq; valuerit:ſi aliū quēcūq; duxeris numerū. 2

et ſimili creatione reliquas ſuperpartiētis ſpecierū formationes elicias.

Mul ti pli ci um ſu per par ti cu la ri um pro pri e ta tes

1 Multiplices ſuperparticulares cōtinue naſcuntur ex imparibus ſuo ordine a
quinario collectis/ continue numeris a binario ſuccedētibus comparatis.
2 Dupli ſeſqualteri continue creanť: ſi cōtinuis a binario paribus/ numeri a qui
nario ſeſe continue quinario trāſiliētes comparabuntur.
3 Dupli ſeſquitertij itidem orientur: ſi perpetua ſerie a ternario ſurgētibus tri=
plis/ numeri a ſeptenario ſeſe continuo ſeptenario excedētes cōparabūtur
4 Dupli ſeſquiquarti naſcentur: ſi a quaternario continue quadruplis / numeri
a nouenario ſeſe continue nouenario tranſilientes coaptabuntur / compa=
rabunturq;. et hoc pacto ſeſquiquinti ex quincuplis et vndenariis/ et eque
in reliquis perfacilis eſt inuentio.

Mul ti pli ci um ſu per par ti en ti um pro pri e ta tes

1 Dupli ſuperbipartientes naſcentur: ſi octonarius ternario/ et cōtinue ſe octo
nario tranſgrediētes: cōtinue ſe ternario excedentibus cōparabuntur.
2 Dupli ſupertripartientes certa lege naſcētur: ſi ab vndenario et ſe cōtinue eo
dē numero excedentes/ quaternario et ſe quoq; indiſcontinuata ſerie iugi=
ter quaternarij ſumma tranſilientibus: continue comparabuntur.
3 Et dupli ſuperquadripartientes / a decimoquarto et ſe eodem tranſgredienti
bus et quinario eodemq; ſe excedentibus reperiunť. Et ita oim hac indu=
ſtria facillima eſt inuentio. Et de triplis ſuperbipartientibus/ ſupertriparti
entibus et quibuſlibet aliis hac arte facile ſeries colligitur.

1 ¶ Pro prima ꝓprietate ſuppartiētis id ꝑnoſcere oportet eū maiorē eſſe ſuppartientē que a maio= *Prima ſuperpartiētis ꝓprietas*
re numero denoiať/ minorē vero que a minore: id itelligēdo de prima denoiatiōe explicāte quot
partes minoris numeri continenť in maiore. Siquidē ſecūda denoiatio exprimens quote ſint ille
partes numeri minoris: debet ſeruari eadē. vt maior eſt ſupoctupartiēs vndecimas q̄ ſuptriparti=
ens vndecimas: nā hic a minore numero ternario/ ille vero a maiore ſcilicet octonario denoiatur:
ſeruata poſteriore denoiatiōe vtrimq; eadē. Q; ſi illa euarieť: non recte ſeruať proprietas. vt ſuper
tripartiens vndecimas et ſuperbipartiens ternas: q̄uis enim prior a maiore numero denoiatur: ni=
chilominꝰ tamē nō oportet eū maiorē eſſe ſuperpartiētē/ q; non ad idē ſit cōparatio. Aut igitur ſe=
cunda denominatio ſupprimať aut expreſſa ſit eadē: vt recte maior ſuperpartiēs ſumať. vt ſuper=
decupartiēs eſt maior q̄ ſuperſextupartiēs. Prime itaq; proprietatis manifeſta eſt veritas/ quia da=
to quocūq; numero cōtingit dare maiorē: a quo quidē maiore poteſt denominari ſuperpartiens.
At a maiore numero denominatus: eſt maior/ per diffinitionē. Dato igitur quocunq; ſuperpartiē
te contingit dare maiorem. In quo conuenit ſuperpartiēs cū multiplici. At per analogiā ſuperpar
ticularium ſuperpartiēs alterā habet ꝓprietatē oppoſitā q; omnis ſuperpartiens minorem habet
ſuperpartientē: prima quidē denominatione ſeruata eadem/ et ſecunda ſecundū numeri cremētū
variata. Minor autē ſuperpartiens eſt cuius partes quote ſunt a maiore numero denominantur.
Maior vero cuius partes quote ſunt denominantur a numero minore. Vt maior eſt ſuperbiparti=
ens ternas q̄ ſuperbipartiens nonas: q; huius partes quote ſint a maiore denominantur numero
vtpote nouenario/ illius vero a minore ſcilicet ternario. Sane maiores ſunt due partes tertie q̄ eiuſ=
dem due none. Et hec ꝓprietas ex eo conſtat q; dato quocunq; numero contingit dare maiorē:
a quo ſupponimus denominari poſſe partes ſuperpartiētis quote ſunt / qui quidem ſuperpartiēs
idcirco per diffinitionem erit minor. Dato igitur quocunq; ſuperpartiente dabilis eſt (ſeruata pri *Secunda*
2 ma denominatione) minor. ¶ Secunda proprietas hoc manifeſtatur exemplo. Deſcribantur na
turali ſerie numeri a ternario ſumpti: quibus ſupſcribantur impares ſumpti a quinario. Deinde cō
parentur ſuperpoſiti ad directe ſuppoſitos; hoc modo.

Supbip.	suptripar.	supquadru.	supquitu.	supsextu.	supseptu.	supoctup.	supernōcup.
5	7	9	11	13	15	17	19
3	4	5	6	7	8	9	10

Ex huiusmodi cōparatiōe liquet oēs sumi species et modos inequalitatis suppartiētis / vt supbipartiētes suptriptiētes et ceteris. Siquidē in hac ꝓprietate per oēs suppartientes intelligi debent oēs superpartiētis species: sicut in ꝓprietate supparticularis et multiplicis cōsimiliter dictū est. Nempe 5 ad 3 est supbipartiēs / 7 ad 4 suptripartiēs / 7 ad 5 supquadrupartiēs / 11 ad 6 supquītupartiēs / et ita per ordinē ꝓgrediendo. ℂ Pro speciētū suppartiētis ꝓprietatibus id cognitu dignū est / primū supbipartientē vocari eū: qui ex minimis huiusce ꝓportionis terminis cōstat. Sic primū supertripartientē qui ex minimis cōstat illius ꝓportionis terminis; hoc est ex minimis primisq̄ numeris inter quos talis inuenitur proportio. Termini eni hic dicunt numeri aliquā ꝓportionē cōstituētes. Ita primū supquadrupartiētē et cōsequētes species diffinias. Prime itaq̄ ꝓprietatis constituat exēplum. Sumat primus supbipartiēs 5 et 3: in cuius vtrūq̄ terminū ducat binarius: ꝓducētur 10 et 6. nā bis 5 sunt 10: et bis 3 sunt 6. producti etiā inter se suot superbipartiētes. Rursus multiplicentur 10 et 6 singuli per binariū: ꝓducti 20 et 12 etiā sunt supbipartiētes. Deinceps ijdem multiplicentur p binariū: ꝓducti 40 et 24 sūt supbipartiētes. 1

Prima proprietas specie͂ superpartientis.

Secunda

ℂ Continue suptripartientiū pro secunda proprietate exemplū. Ducatur ternarius in vtrūq̄ terminū prime suptripartientis 7 et 4: ꝓuenientq̄ 21 et 12 qui vt sui ꝓgenitores sunt suptripartiētes. Rursū i ꝓductos suptripartiētes ducatur ternarius: ꝓducti 63 et 36 erunt suptripartiētes. et ita quantū libet ꝓcedatur. Continue supquadripartientiū exemplum. In vtrūq̄ primi supquadrupartientis terminū scilicet 9 et 5 ducatur quaternarius: ꝓueniētq̄ 36 et 20 / qui et ipsi sunt superquadrupartiētes. Rursū in ꝓductos ducat quaternarius / et ꝓueniēt 144 et 80. qui itidē sunt superquadrupartientes. Et non modo creant iste species si in vtrūq̄ primi suppartiētis terminū ducatur numerus soperius expressus: verūetiam si quilibet alius ducatur. vt si in vtrūq̄ terminum primi superbipartientis 5 et 3 / ducatur ternarius: ꝓducentur 15 et 9 supbipartientes. Si in eosdem primos ducatur quaternarius: ꝓducentur 20 et 12 superbipartientes. Ita si in vtrūq̄ primi supertripartientis 7 et 4 terminum ductus fuerit binarius: ꝓducentur 14 et 8 supertripartientes. Et si in ambos primi superquadrupartiētis terminos scilicet 9 et 5 ducatur binarius: ꝓducentur 18 et 10 superquadrupartientes. vt hec ostēdit figura. 2

Supbipartiētes		Suptripartiētes		Supq̄drupartiētes	
20	12	63	36	144	80
10	6	21	12	36	20
5	3	7	4	9	5

Et non modo superpartientiū species hac moltiplicatione inuenias: verūetiā quarūlibet specierū cuiusuis inequalitatis / vt duplos / triplos / sesqualteros sesquitertios: ducēdo quēuis numerū in terminos minimos illius speciei: adiuuante hac propositione. Si idē numerus doos multiplicet: multiplicatorum et productorum erit eadem proportio. quam Iordanus septimam secundi sue arithmethices demonstrat.

Prima multipliciū supparticularium ꝓprietates.

ℂ Pro prima ꝓprietate multipliciū superparticulariū / disponātur oumeri a binario succedentes / eisq̄ supponant impares a quinario se consequentes: superpositi suppositis erunt multiplices supparticulares / non quidem qualescunq̄ sed dupli superparticulares. vt primi: dupli sesqualteri / sequentes: dupli sesquitertij / proximi: dupli sesquiquarti: et ita deinceps. At si quis triplos superparticulares velit ꝓcreare: numeris contioue a binario sequentibus superponat numeros a septenario se ternario excedentes. Ad ꝓgignendos aūt quadruplos cōtinue superparticulares: numeris a binario succedentibus supponantur numeri a nouenario se quaternario excedētes. Sic ad formādos quīcuplos continue supparticulares: numeris a binario cōtinue cōsequētibus supponātur numeri ab vndenario sese quinario trāsgrediētes: et ita deinceps in aliis. vt sequēs ostendit formula. 1

Dupli suppar.	5	7	9	11	13	15	11	16	21	26	31	36	Quīcu. suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Tripli suppar.	7	10	13	16	19	22	13	19	25	31	37	43	Sescupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Quadrupli sup.	9	13	17	21	25	29	15	22	29	36	43	50	Septupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
	alte.	ter.	q̄rti	qui.	sex	sep.	alte.	ter.	q̄rti	qui.	sex.	sep.	

2 ¶Pro sequentibus ꝓprietatibus ad habendos duplos sesqualteros disponantur continue a bina rio pares: quibus supponanẽ numeri a quinario se eo numero/quinario inquã excedentes. Pro du plis sesquitertiis/cõtinue a ternario triplis superponanẽ oumeri se septenario excedẽtes a septena rio cõsequẽtes. Pro duplis sesquiqoartis continue a quaternario quadruplis supponanẽ numeri a nouenario succedẽtes: qui se oouenario excedũt. et ita deinceps. Sic pro triplis sesqualteris: conti nue a binario paribus supponanẽ numeri a septenario/se eo excedẽtes. Pro triplis sesquitertiis: cõ tinue triplis supponanẽ a denario numeri se eo excedẽtes. Pro triplis sesquiquartis/ continue qua druplis supponanẽ oomeri se decimotertio excedẽtes: ab eo consequentes. vt hec figura mõstrat Secunda

Dupli sesqual.	5	10	15	20	25	30	7	14	21	28	35	42	Tripli sesqual.
	2	4	6	8	10	12	2	4	6	8	10	12	
Dupli sesqter.	7	14	21	28	35	42	10	20	30	40	50	60	Tripli sesquiter.
	3	6	9	12	15	18	3	6	9	12	15	18	
Dupli sesqquar.	9	18	27	36	45	54	13	26	39	52	65	78	Tripli sesquiquat.
	4	8	12	16	20	24	4	8	12	16	20	24	

1 ¶Pro multiplicium superpartientiũ ꝓprietatibus: ad habendos duplos superbipartiẽtes describã- Prima mul
tur a ternario numeri/se ternario excedẽtes: quibus suscribantur numeri ab octonario/ sese octo tipliciũ sup
2 nario trãscẽdetes. suprascripti subscriptis erũt dupli supbipartiẽtes. ¶Ad duplos suptripartien- partiẽtiũ ꝓ-
tes sumãtur a quaternario numeri se eo transilieotes: quibus superponantur ab vndenario nume prietas
3 ri se eodẽ transgrediẽtes. ¶ Ad habẽdos duplos superquadripartiẽtes sumanẽ a quinario nume
ri se eo trãsgredientes: quibus superponãtur numeri a decimo quarto/se eo trãsceodẽtes. Sic ad in uemendos triplos superbipartientes sumãtur oumeri a teroario se eo excedẽtes: quibus superpo- nantur sumpti ab vodenario se eodẽ excedentes. Ad triplos veto supertripartiẽtes cõperiẽdos su mantor numeri a quaternario se eo trãsiliẽtes: quibus supcollocenẽ numeri a decimoquito se eo dẽ excedẽtes. Demũ ad triplos supquadripartietes iuestigãdos sumanẽ numeri a quinario/ se eo excedẽtes: et eis supponanẽ numeri a decioo ono/se illo pretergrediẽtes. vt hec figura ostendit.

Dupli supbipartietes	8	16	24	32	40	11	22	33	44	55	Tripli superbipartientes
	3	6	9	12	15	3	6	9	12	15	
Dupli suprripartietes	11	22	33	44	55	15	30	45	60	75	Tripli supertripartientes
	4	8	12	16	20	4	8	12	16	20	
Dupli supquadrupar.	14	28	42	56	70	19	38	57	76	95	Tripli supquadrupartiẽtes.
	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	

Et itaoim aliarũ specierũ inequalitatis sumentur cõtinue quotquot libet exempla hac arte et idu stria: ꝙ sumanẽ illarũ specierũ minimi termini; primiqꝫ in quibus ea reperitur ꝓportio numeri siue radices. Deiode sumantur quotlibet numeri illis terminis se excedentes: adiecto semp primo ter- mino ad numerũ vltimo sumptũ/et ita disponãtur due series numerorũ: vna maiorũ et se maiore termino excedentiũ/altera minorũ et minore se excedentium termioo. maiores numeri ad mino- res comparati eandem seruabunt proportionem quam primi termini: quod in precedentibus ꝓ- prietatibus omnibus obseruatum conspicitur.

Nu me ri pla ni et so li di pto pri e ta tes

1 Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.

2 Omnes figure plane sibi proxime adinuicẽ cõparate / vt tetragonus trigono/ et pẽtagonus tetragono/et hoc pacto cõsequẽtes: sese triangulo superant.

3 Omnis numerus solidus primordium sui tenet pyramidem.

Spe ci e rum nu me ri pla ni pro pti e ta tes

1 Omnes trigoni surgunt: si disposita naturali numerorum quãtitate/ptiori- bus semper proxime sequens adiiciatur.

2 Tetragoni sunt oẽs qui numeris naturaliter et in longũ et in latũ duplici se- rie dispositis / et in seinuicẽ quolibet in quẽlibet ductis: angulares reperiũ tur. Angulares dicuntur qui sursũ a monade diametralẽ seriẽ ad angulum

e regione oppositum complent.
Omnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summā coaceruatis/collectisq; nascuntur. 3
Oīs tetragonus ex duobus proximis quibusq; trigonis exurgit cōpositus. 4
Tetragoni: sumptis quarūcūq; ab vnitate continue similiū habitudinūnumeris: locis imparibus vno semper in medio intermisso sumuntur. 5
Omnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
Si tetragonus tetragonum multiplicet: tetragonus prouenit. 7
Si vero tetragonus altera parte longiorē: nunq̄ proueniet tetragonus. 8
penthagoni surgunt ex numeris naturali serie ab vnitate sequentibus: duorum continuo post penthagonum facta intermissiōe/vna cū priore vel prioribus penthagonis collectis. 9
Omnis penthagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono cōponit̄ 10
Hexagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generantur. 11
Omnis hexagonus ex pentagono et proxime p̄cedēti trigono constituitur. 12
Heptagoni quatuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
Omnis heptagonus ex hexagono et proxime inferiori trigono cōstituitur. In creatione huius figure duo trigoni p̄xime minores debēt eminus cōstitui. 14
Octogoni: quinq; gignuntur intermissis. 15
Omnis octogonus ex heptagono et proximo sub se trigono surgit compositus. Et hoc pacto de ennagonis/decagonis/endecagonis/ dodecagonis cōtinue vno plura intermittendo sentiendū est. et ex proximis minoribus figuris et trigonis proxime sub illis minoribus instar aliorum constituunt. Quo fit vt omnes figure ex trigonis consurgere et in eosdē resolui facillime deprehendantur: quod cum ad pythagoricam tū ad nonnullorū platonicorum intelligentiam nonnichil presidii affert et momenti. 16

Prima proprietatū numeri plani et solidi.

¶ Pro prima nūeri plani/solidiq; p̄prietate: cū cōpositio sit natura resolutiōe prior/pri⁹ ostēdēdū est q̄ ois numer⁹ plan⁹ ex trigonis cōponit̄. Siquidē tetragonus ex duobus nascit̄ trigonis: sc3 toto et eiusdē ordinis maiore et p̄xime miore sit iūctis. vt 4. secūdus tetragon⁹ cōstituit̄ ex 3 secūdo trigono et vnitate primo trigono. Et 9 terti⁹ tetragon⁹/ex 6 tertio trigono et 3 scdo trigono. Sic 16 quart⁹ tetragon⁹/ex 10 quarto trigono et 6 tertio trigono. Pētagon⁹ aūt nascit̄ ex toto et eiusdē ordinis tetragono et p̄xime iferiore trigono. vt 5 secūdus pētagon⁹ (nā vnitas oim numeri plani speciei ū est prima) nascit̄ ex 4. secūdo tetragono et vnitate primo trigono. Et 12 terti⁹ pentagonus nascit̄ ex 9 tertio tetragono et 3 scdo trigono. Hexagon⁹ vero ois gignit̄ ex toto et eiusdē ordinis pētagono et p̄xime minore trigono. vt 6 secūdus hexagon⁹ nascit̄ ex 5 secūdo pētagono et vnitate primo trigono. Et 15 terti⁹ hexagon⁹ nascit̄ ex 12 tertio pētagono et ternario secūdo trigono. Et generati ois numer⁹ plan⁹ gignit̄ ex toto plano p̄xime p̄cedēte et iferiore trigono. Contra vero ois numer⁹ plan⁹ resoluēd⁹ est in alios planos: ex quib⁹ imediate cōponit̄. Deide cōsequēter alii iplanos minores ex quib⁹ cōponūt̄: quousq; resoluēdo ad duos trigonos p̄ueniat̄ vbi resolutiōis est stat⁹. vt 15 terti⁹ hexagon⁹ resoluit̄ i pētagonū 12 et trigonū 3 ex quib⁹ cōponit̄. Deinde 12 pētagon⁹ vlteri⁹ resoluit̄ i tetragonū 9 et trigonū 3. Deniq; tetragon⁹ 9 resoluit̄ in trigonos 6 et 3 ex quibus cōpositus fuerat. Sic 22 quart⁹ pētagon⁹ resoluit̄ in 16 tetragonū et trigonū 6. Vlterius tetragon⁹ 16 resoluit̄ in trigonos 10 et 6 ex quib⁹ cōponit̄: et ibi resolutiōis status est. sicut cū ambe premisse assūpte principia sūt: ibi resolutiōis cōclusiōis in pricipia status est/ q̄ ad imediata tantū p̄uentum fuerit/et sicut in vnitate est diuisionis et resolutionis numerorū status: et in equalitate status resolutionis inequalitatis. Ita 25 quintus tetragonus resoluitur in duos trigonos 15 et 10 1

ex quibus componitur. Quare manifestũ est trigonũ omnium numerorũ planorũ esse principium et originem: vt vnitas numerorum secundum se/et equalitas inequalitatum est exordium. quod et in magnitudine pulchra respondentia compositionis et resolutionis inuenitur.

	Trigoni	Tetragoni	pẽtagoni	Hexagoni
6	21	36	51	66
5	15	25	35	45
4	10	16	22	28
3	6	9	12	15
2	3	4	5	6
1	1			

2 ¶ Pro secunda proprietate id noscere oportet numeros planos sibi proximos esse: qui a proximis numeris denominãtur. vt tetragonus et trigonus. hic enim a tribus/ille vero a quatuor denominatur. At 3 et 4 numeri sunt immediati. Sic pentagonus et tetragonus sũt numeri plani proximi: ita hexagonus et pentagonus. De qualibus solum secunda proprietas intelligitur: non quidem omnibus sed iis solum qui eiusdem sunt ordinis vt secundi aut tertij aut quarti. Nempe secundus tetragonus 4: secundum trigonum 3: trigono scilicet vnitate superat. Et tertius tetragonus 9/ tertium trigonum 6 triangulo 3 superat. Ita quartus tetragonus 16: quartum trigonũ 10 triangulo 6 excedit. Similiter pentagonus secundus 5: secundum tetragonum 4 superat triangulo vnitate. Et tertius pentagonus 12 tertium tetragonum 9 itidem triangulo 3 transcendit. Deniq; secundus hexagonus 6/ secundum pentagonum 5/ triangulo scilicet vnitate excedit. Et tertius hexagonus 15/ tertium pentagonum 12 superat trigono/scilicet ternario. vt superior ostendit formula. Secunda

3 ¶ Tertia proprietas est q; omnis numerus solidus citra pyramidem: habet pyramidem sui principium. Nam solidorum numerorum pyramis est prima et principium: sicut trigonus planorum. Et quemadmodum ceteri plani ex trigonis componuntur et in eosdem resoluuntur: ita et ceteri solidi ex pyramidibus constituuntur et in eas rediguntur. Id tamen in solidis q̃ planis obscuri⁹ est nec vsq; adeo clare elucet. Tertia

1 ¶ Prima proprietas specierum numeri plani patet. vt disposita naturali numerorũ serie hoc modo 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. Vnitas primus est et indiuiduus trigonus. Qua binario adiuncta: fit secundus trigonus vtpote ternarius. Deinde 1.2.3. simul collecti: tertium constituunt trigonum scilicet senarium. Rursum 1.2.3.4. simul adiecti: quartum componunt trigonum videlicet denariũ. Quibus si adiiciatur 5 proxime sequens numerus: nascitur 15 trigonus. nempe 1.2.3.4.5. componunt 15. Deniq; illis prioribus numeris adiecto proxime sequente numero qui est 6: consurgit 21 etiam trigonus. Nam 1.2.3.4.5.6. cõflant 21. et ita deinceps. Et in huiusmodi trigonorũ productione numerus aggregatorum maximus est ipsius trigoni latus: quotusq; est ille numerus ab vnitate: totus est talis trigonus in numerorum trigonalium serie. vt 3. trigonus nascitur ex vnitate et binario simul collectis: et binarius aggregatorum maior/est dati trigoni latus. vtq; binarius est secundus ab vnitate: ita dictus trigonus est in trigonorum ordine secundus. Similiter 6 trigonus producitur ex 1.2.3. simul iunctis: et 3 aggregatorũ maximus est ipsius trigoni latus. vtq; ternarius est ab vnitate tertius: ita senarius est tertius trigonus. Quare omnis trigonus suo ordine totus est: quot vnitates suum latus continet. Trigonorum autem/ex numerorum naturaliter dispositorũ semper ab vnitate incepta collectione productio: sequenti descriptione clarius dilucet. prima proprietas specierũ numeri plani

Numeri naturali serie dispositi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trigoni ex numerorũ collectione continua producti.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

2 ¶ Pro secunda proprietate/figuranda est mensula pythagore: vt in prima multiplicis proprietate constituta est/hoc pacto. Secunda

1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4.	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9.	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16.	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25.	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36.	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49.	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64.	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81.	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100.

Hic numeri sunt naturaliter duplici serie dispositi ab vnitate ad denariũ vsq;: priore quidẽ serie a sinistro i dextrũ porrecta/ altera vero a sursũ in deorsũ: et quilibet vni⁹ serie/in quẽlibet alteri⁹ sũt ducti. Inde ꝑducti sũt nouẽ sequentes limites q́sq; eo limite posit⁹ quo su⁹ ꝓgẽitor & illo se cõtinue excedẽs vt q ex ductu binarij in quẽuis nũerũ

alterius seriei producuntur: ponuntur in eodem limite quo binarius in frõte collocat̃: et omnes se binario superãt. Et qui ex ductu ternarij in quelibet alterius prime seriei numerũ infra denariũ eo dẽ (quo ternarius primo loco ponit̃) limite cõsequẽter disponunt̃/ seq; cõtinue ternario superãt. Et ita de alijs. Itaq; oẽs qui in hac numerorũ dispositiõe iueniunt̃ angulares: hoc est qui ab vnitate po sita in primo angulo ad angulũ directe oppositũ quo signatus est 100/ diametrũ numeralẽ cõplent: quiq; iti ea iueniunt̃ semita/ qua ab vnitate ad 100 directa et nusq̃ se deflectẽs fieret ꝓgressio: et p quos trãsiret linea que ab angulo vnitatis ad angulũ centenarii cõtrapositũ ꝓtraheret̃: sũt tetra goni et soli illi. Et sũt. 1.4.9.16.25.36.49.64.81.100. adiecto quidẽ ad latus pũcto notati: quo ab alijs facile secernant̃. Ex hac aũt ꝓprietate Pythagorici ostendũt quadratos virtutis ꝓpemodũ esse emulos: q; ab vnitate numerorũ oĩm fõte sumẽtes exordiũ neq; ad dextrũ neq; ad sinistrũ se se deflectũt vt circũpositi altera parte lõgiores: sed mediã viã/ rectitudineq; diametralẽ tenentes in vnitate centenariã decũbũt. a qua rursũ eadẽ via ascẽdẽdo in primã/ indiuiduãq; vnitatẽ reuocã tur. Que sane series via vite nõnũq̃ appellari solet: q; per virtutes (cui quadrati etiã assimilant̃: q; equalibus sũt cõtenti lateribus/ vt virtus ois in mediocritate/ equalitateq; consistit. Altera autem parte longiores vnũ habent latus abũdantius/ alterũ vero cõtractius haud aliter q̃ vicia in exupe ratione/ defectioneue consistũt) neq; vltra certos prudẽtie fines neq; citra ꝓgrediẽdo ad sũmã vni tatem rerũ omniũ parentẽ virtutũq; pulcherrimũ exemplar tãdem peruenitur. Hinc Aristoteles primo ethicorũ felicẽ vocat quadratũ sine vituperatione.

Tertia

❡ Tertie ꝓprietatis exemplũ. vt ordinatis numerali serie imparibus hoc modo 1.3.5.7.9.11. cõ 3
numerata quidem vnitate que primus est quadratus et cuiuslibet harũ aggregationũ principiũ/ colligantur simul 1.3. nascitur secũdus tetragonus scilicet 4. Deinde aggregentur 1.3.5: fit tertius quadratus vtpote 9. Rursũ coaceruent̃ in vnũ 1.3.5.7: cõstituit̃ iterũ quadratus qui est 16. Collectis vero 1.3.5.7.9: cõponitur alius quadratus qui est 25. Deniq; accipiant̃ simul 1.3.5.7.9.11: cõ surgit alius quadratus scilicet 36. Et ita quantũlibet ꝓcedendo. Vnusquisq; aũt quadratus in ordine quadratorũ totus est: quotũ est suũ latus ab vnitate. vt quaternarius est secũdus quadratus: quia binarius eius latus est secũdus ab vnitate. Et 9. tertius est quadratus: quia 3 eius latus est tertius ab vnitate. Et hec ꝓprietas exemplari descriptione ita declaratur.

Quadratus partialis 4 Gnomo 5. Totus quadratus: 9.

Numeri impares coaceruati	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Quadrati ex eis geniti		4	9	16	25	36	49	64	81	100

Et ex hac proprietate manifestũ est qđ philosophus ex Pythagora adducit in tertio physicorum: q; quadratis adiuncti impares non mutant numeri speciẽ/ sed semper quadratos relinquunt. hinc Pythagoras numeros impares vocabat gnomonas qua dratorũ: q; instar geometrici gnomonis/ numeri impares quadratis circũpositi maiores quadra tos constituũt. vt si 4 quadrato circũponatur impar scilicet quinarius per vnitates descriptus: fit proximus quadratus 9. Cui per suas vnitates explicato si circũponatur septenarius (qui est impar proxime sequens) per suas vnitates itidẽ explicatus: fit proxime sequens quadratus 16. Cui circũ ponendo sequentem numerũ imparem scilicet 9/ et vtrũq; suis vnitatibus describendo: fit sequẽs quadratus 25. Et ita in alijs circũponẽdo semper cuilibet quadrato numerũ imparem proxime se quentem maximõ impariũ aggregatorũ/ ex quibus datus quadratus componitur.



❡ Quarta ꝓprietas patet hac formule descriptione. 4

Trigoni sua serie dispositi	1	3	6	10	15	21	28	36	45
Tetragoni ex duobus ꝓximis trigonis compositi		4	9	16	25	36	49	64	81

Quadratus partialis: 9. Gnomo: 7 Quadratus totalis: 16

Nam duo trigoni 1.3. simul iũcti constituunt tetragonũ 4. Et duo proximi 3.6. simul iuncti cõpo nunt tetragonum 9. Deniq; duo sibi proximi 6.10 simul sumpti efficiunt tetragonũ 16. Et ita de ceteris sumendo posteriorem trigonorum prius sumptorũ pro priore posterius sumẽdorũ: vt cum primo sumpti sũt trigoni/ 1.3: secũdo sumẽdi sunt/ 3.6. vt trigonus 3 sit secũdus priorũ et prior po steriorũ. Alioquin nõ oẽs tetragoni consurgerent cõpositi: etsi duos quoscunq; proximos trigo nos aggregãdo fiat tetragonus. Exẽpli causa si post trigonos 1.3 primo sumptos: sumantur duo proximi trigoni qui sunt 6.10 non communicantes altero termino cum prioribus trigonis/ cõsti tuunt quidem tetragonum 16: sed non proximum tetragono 4 constituto ex trigonis primo sũ ptis: cum medius sit tetragonus 9. qui discontinue trigonos sumendo non perpẽderetur hoc mo do cõponi. Et nõ est hec proprietas sicut nec precedens intelligenda de primo tetragono scilicet vnitate: nam is indiuiduus est et compositionem ex multitudine refugiens/ sed de ceteris tetrago nis post vnitatẽ sũptis. Eadẽ ratiõe prima harũ ꝓprietatũ que est de trigonorũ ꝓcreatiõe: de trigo nis diuiduis solũ et post vnitatẽ sũptis accipiẽda est. nã tales/ multitudinis cõpositionẽ sortiunt̃.

5 ¶ Pro quita ꝓprietate id ꝓnotādū est: q numeri cōtinue similiū habitudinū sūt numeri cōsilis/ eiusdēq ꝓportiōis cōtinue siue cōiūcte. vt numeri cōtinue dupli/ aut continue tripli/ aot continue quadrupli. Et quarūcūq sint habitudinū siue cuiuscūq proportiōis in genere multipliciō: nichil refert. Quod postremō eo adiectū est: nā in habitudine superparticulari aut suppartiente hec proprietas locū nō habet (q̄uis i ea inueniant̃ cōtinue proportionales. vt 8/12/18/27/ cōtinue sesqualteri) cū neutra earū ab vnitate sumat̃. Nullus eni numerus ad vnitatē aut superparticularis est aut superpartiens. Pro hac autē proprietate numeri similis habitudinis debent sumi ab vnitate: vt ea primo cōnumeret̃/ cōstituat̃q loco. Quod hac formula fiet manifestum. Quinta.

Loci numerorū.	1	2	3	4	5	6	7
Numeri continue dupli.	1.	2	4.	8	16.	32	64.
Numeri continoe tripli.	1.	3	9.	27	81.	243	729.
Numeri cōtinue quadrupli.	1.	4	16.	64	256.	1024	4096.

¶ Numeri constituti in locis imparibus vtpote primo/ tertio/ quito/ septimo/ vnoq intermisso scz eo qui est in loco pari: vt secundo/ quarto/ sexto/ octauo: sunt tetragoni. vt cōtinue duplorū primus scz vnitas est tetragon⁹. Deinde intermisso secundo/ tertius scz 4 itidē est tetragonus. Postea intermisso quarto: quintus scz 16 etiā tetragonus est. Demū intermisso sexto: septimus scz 64 iterū est quadratus. Et ita in continue triplis et quadruplis: in quibus/ quadratis apponitur punctus pro nota discriminis. Non est tñ intelligendū numeros in locis paribus positos qui intermittunt̃ idcirco non esse quadratos. nā hec regula cū exclusione non intelligit̃: cū accidat interdō eos qui paribus constituunt̃ locis esse tetragonos: vt in serie quadruplorū secundus et quartus/ interdum

6 vero eos nō esse: vt in ceteris. ¶ Sexta proprietas est oēs tetragonos iungi vna medietate scz geometrica continua: hoc est inter duos quoslibet quadratos inueniri mediū numerū proportionalē/ qui eā habeat proportionē ad maiorē quadratū: sicut minor quadratus ad ipsū mediū Et is inuenit̃ ducēdo latus vnius sumptorū quadratorū in latus alterius. Nēpe is numerus qui ex eo ductu producit̃: est inter datos quadratos medius ꝓportionalis. vt patet in hac descriptione. Sexta.

Proportiones.	Latera minorū q̄d.	Minores quadrati.	Medij ꝓportio.	Maiores quadrati.	Latera mainrū q̄d.
Continue sesqualteri.	2	4	6	9	3
Continue dupli.	2	4	8	16	4
Continue dupli sesqualteri.	2	4	10	25	5
Continue sesquitertij	3	9	12	16	4
Cōtinue supbipartiētes tertias	3	9	15	25	5

¶ In primo eni limite inter 4 et 9 duos tetragonos est numerus 6 medius proportionalis productus ex ductu 2 in 3/ lateris vnius in latus alterius. Et in secundo inter 4 et 16 quadratos est 8 medius proportionalis in habitudine dupla: consurgens ex ductu 2 in 4 lateris vnius in latus alterius. Et in tertio limite inter 4 et 25 duos quadratos est 10 numerus medius proportionalis in habitudine dupla sesqualtera: proueniens ex ductu 2 in 5 lateris minoris quadrati in latus maioris.

7 Et ita de alijs. ¶ Septima et octaua proprietas patent in huius formule subiecte figuratione Septima.

Multiplicās tetragonus.	Multiplicat⁹ tetragonus.	Productus tetragon⁹.	Multiplicās quadratus.	Multiplicat⁹ al.par.lon.	Productus nō q̄dratus
4	9	36	4	6	24
4	16	64	4	12	48
4	25	100	4	20	80

¶ Sane in primo limite ad sinistrā 4 multiplicans 9/ quadratus quadratū: producit quadratū 36. In secundo 4 tetragonus multiplicans 16 tetragonū: producit 64 etiā tetragonū. Et ita i tertio.

8 ¶ At vero in primo limite ad dextram terragonus 4 multiplicans altera parte longiorem 6: producit 24 numerū non quadratū. Et in secundo terragonus idem/ multiplicans altera parte lōgiorem 12: prodncit 48 qui non est tetragonus. Et ita de tertio limite sentiendum est. Octaua.

9 ¶ Nona proprietas declaratur supposita hac formula. Nona.

Numeri naturaliter dispositi.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nūeri duob⁹ intermissis ꝓuenētes	1			4			7			10			13			16
Pentagoni ex his nati.				5			12			22			35			51

¶ Inprimo limite ponuntur numeri naturali serie ordinati. In secundo notantur numeri duobus intermissis se consequentes et se ternario exuperantes. In tertio vero signantur pentagoni ex numeris secundi limitis simul collectis consurgentes. Nam 1 et 4 iuncti: faciunt quinarium secundum pentagonum. Ita 1/4/7/vna sumpti/constituunt 12 tertium pentagonum. Similiter 1/4/7/10/pariter accepti:conficiunt 22 quartum pentagonum/et ita de ceteris: semper ab vnitate vt principio collectionem incipiendo.

Decima ¶ Decima proprietas patet. Nã 5 secundus pentagonus componitur ex 4 secundo tetragono et vnitate primo trigono. Qui sane proxime minor appellaẽ:q a numero proxime minore illi a qua pentagonus et tetragonus datus dicunẽ/denoiatur. Nam dictus pentagonus et tetragonus diciẽ secũdus a binario. Datus autem trigonus sc3 vnitas dicitur primus/ab vnitateq3 denominationẽ sortitur. Vnitas autẽ est proxime minor binario:quod ex secunda proprietate numeri plani et solidi clarius constat:ex qua presens et consimiles que sequuntur proprietates manifestiores sunt. Ita 12 tertius pentagonus cõstituiẽ ex 9 tertio tetragono et 3 secũdo trigono. Deniq3 22 quartus pẽtagonus cõsurgit ex 16 quarto tetragono et 6 tertio trigono. Et ita i quibuslibet alijs reperias. Et hec modũ figurãdi pẽtagonũ aperit:q recte describiẽ si toti/eiusdẽq3 ordis tetragono proxime minor trigonus supponaẽ. vt si quaternario supponatur vnitas/secũdo tetragono prim⁹ trigon⁹: figuraẽ quinarius secũdus pẽtagonus. 10



Vndecima ¶ Vndecima ꝓprietas hac descriptione ostendiẽ. 11

Numerorum series.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Trib⁹ intermissis supti nũeri.	1				5				9				13				17
Hexagoni.					6				15				28				45

¶ Primus quidem limes continet numeros naturali serie ordinatos. Secundus numeros ab vnitate tribus intermissis sũptos/et se quaternario transiliẽtes. Tertius:hexagonos ex numerorũ secũdi limitis collectione resultãtes. Nam 1 et 5 simul vniti faciunt 6 secundũ hexagonum. Ita 1.5/9/vna sũpti reddũt 15 tertium hexagonũ. Sic 1/5/9/13/pariter accepti:efficiunt 28 quartũ hexagonũ.

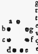
Duodecia ¶ Duodecima proprietas patet. Nã 6 secũdus hexagonus cõstituiẽ ex 5 secũdo pẽtagono et vnitate primo trigono:qui p diffinitionẽ est proxime minor. Et 15 tertius hexagonus cõstat ex 12 tertio pẽtagono et 3 secũdo trigono ꝓxime p̃cedente. Ita 28 quartus hexagonus fit ex 22 quarto pẽtagono et 6 tertio trigono. Et ex hac ꝓprietate sumitur mod' describẽdi hexagonũ:q recte figuraẽ si toto pẽtagono descripto ꝓxime minor trigon⁹ adijciaẽ p suas vnitates explicat⁹. vt si 5 secũdo pẽtagono suis vnitatib⁹ descripto addaẽ vnitas primus trigon⁹:descript⁹ est 6 secũd⁹ hexagonus. Et ita in alijs. 12

Deciatertia ¶ Decimatertia proprietas hac formula oculis subiecta ostendiẽ. 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1					6					11					16					21
					7					18					34					55

¶ Horum trium limitum primus naturalem numerorum seriẽ continet. Secũdus numeros/quatuor ab vnitate in medio dimissis/sũptos et abinuicem quinario distantes. Tertius vero heptagonos ex numerorum secundi limitis aggregatione progenitos habet. Nam si 1 et 6 simul iungãtur fit 7 secundus heptagonus. Si 1/6/11/coniungantur:constituitur 18 tertius heptagonus. Ita si 1/6/11.16 in vnã summam coacervuentur:fit 34 quartus heptagonus.

Deciaquarta ¶ Decimaquarta proprietas facile manifestatur. Nam 7 secundus heptagonus componitur ex 6 secundo hexagono et vnitate primo trigono. Et 18 tertius heptagonus constat ex 15 tertio hexagono et 3 secũdo trigono. Sic 34 quartus heptagonus conficitur ex 28 quarto hexagono et senario tertio trigono. Et docet hic modum describendi heptagonũ per suas vnitates:in cuius figuratione vt inquit littera duo trianguli proxime minores q̃ figurandus heptagonus/et adinuicem equales:debent eadẽ in parte aut inferiori aut superiori/eminus et paulum distantes constitui:sc3 vnus triangulus in hexagono vltra totũ pentagonũ cõtentus et eius pars:et alter ei equalis. Vt si quis velit figurare 7 secundum heptagonum: primo describat 6 secundum hexagonum: deinde eius triãgulo sc3 vnitati adijciat modico interiecto spacio alterum triangulum sc3 vnitatẽ: descriptus erit heptagonus:in quo duo trigoni quorum vterq3 est primus sc3 due vnitates eminus sũt constituti. Ita in figuratione tertij heptagoni sc3 18 duo trigoni (quorum vterq3 est secũdus et ergo proxime minor) sc3 duo ternarij:eminus constituuntur/vnus quidẽ contentus in 15 tertio hexagono:et alter ei adiectus. 14



Deciaquita ¶ Decimaquinta proprietas hac figura patentior euadit. 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1						7						13						19
						8						21						40

Formatorũ limitũ primus (vt in ceteris) naturalẽ numerorũ seriem habet. secũdus vero numeros/
quinq; in medio relictis ab vnitate sũptos et senario se transgredientes continet. Ex quibus adin
uicem subinde collectis prodeunt/gignunť q; octogoni tertio limite descripti. Nam ex 1 et 7 vni-
tis: fit 8 secundus octogonus. Ex 1/7/13 vna cõiunctis: fit 21 tertius octogonus. Ita ex 1/7/13/19/
pariter sumptis: conflať 40 quartus octogonus. Et ita de ceteris naturale numerorum seriem lon
gius protraheodo. ¶ Decimasexta proprietas patet. Nam 8 secũdus octogonus constat ex 7 se- Deciasexta
16 cundo heptagono et vnitate primo trigooo. Et 21 tertius octogonus constituitur ex 18 tertio
heptagono/et 3 secũdo trigono. Ita 40 quartus octogonus/ex 34 quarto heptagono/et 6 tertio
trigono consurgit. Et ex hac manifestum est quomodo debeat formari octogonus. Nam ad eius
descriptionẽ toti et eiusdẽ ordinis heptagono suis vnitatibus expresso addendus est proxime mi
nor trigoous. Vt ad describendũ 8 secundũ octogonũ: debet 7 secundo heptagono explicato su-
peraddi vnitas primus trigonus. Et hoc modo de ceteris numeris planis assignari possẽt due pro
prietates. Vna: q; gignuoť ex numeris continue vno plura intermittẽdo/ex naturali numerorum
serie collectis et in vnũ cõpactis. Vt ennagoni: sex numeris in medio duorũ proxime colligendorũ
dimissis. Decagoni: septẽ intermissis. Endecagoni: octo/et Dodecagoni nouẽ. Nẽpe trigoni plano
rũ primi ex numeris serie naturali dispositis et pariter adiectis nullo intermisso gignunť. Tetrago
ni ex eisdem sed vno intermisso sc; pari. Pentagoni fiũt eodẽ modo: duobus intermissis. Hexagoni
tribus/heptagoni: quatuor. Et ita continue procedẽdo: vno plures numeri sunt in medio relinquẽ
di. Altera proprietas est q; ceteri plani fiunt ex proximis minoribus numeris planis eiusdem ordi
nis/et trigonis proxime minoris ordinis. Vt ennagoni ex totis octogonis et proxime inferioribus
trigonis. Decagoni ex totis ennagoois et cõtinue precedentibus ordine trigonis. Endecagoni ex
totis decagonis et antecedeotibus trigonis. Dodecagooi vero ex totis endecagonis et proximis
sub se trigonis. Ex quibus quidem proprietatibus perspicuum est quod prima numeri plani et so-
lidi proprietate predictum est: oẽm sc; numerũ planũ (qui per analogiam in littera/figura dicitur)
vltra trigonũ: ex trigonis cõponi et in trigooos resolui. Et trigonũ (vt inquit diuus Seuerinus Boe
tius) omniũ formarũ/numerorũq; planorum principium ac elemẽtum esse/q; planorum primus/ Boetius
ceterorũ oim summas efficiat: ipsorũq; procreationibus misceatur.

Al te ra par te lon gi o ris pro pri e ta tes.

1 Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adinuicem coacerua-tis/ perinde ac quadrati ex imparibus/procreanť omnes.

2 Omnis altera parte longior procreabiť: si naturaliter ordinati pares in natura liter dispositis imparibus singulatim ducantur.

3 Omnes longilateri/altera q; parte longiores circũstant angulares quadratos: duabus naturaliter numerorũ seriebus secundũ longum latumq; dispositis et in seinuicem ductis.

4 Singuli altera parte longiores naturaliter dispositi/singulis quadratis ĩtidem dispositis cõparati: oẽm numerorũ partẽ gignũt/et procreant.

5 Singuli altera parte longiores naturaliter siti/singulis tetragonis a secũdo na turaliter ordinatis cõparati: similiter oẽs restituent superparticulares.

6 Altera parte longiores differentijs paribus/perinde ac quadrati ĩparibus/dis iunguntur.

7 Altera parte lõgiores cõtinue in proximorũ quadratorũ medio collocati: ean dem proportionis habitudinẽ seruant. iterũq; a dupla proportione in oẽm superparticulariũ speciẽ se porrigunt atq; diffundunt.

8 Omnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altrinsecis quadratis

coaceruatus:quadratū efficit.
proximi quiq3 altera parte lōgiores cum duplo medij quadrati/itidem tetra= 9 gonum efficiunt.
parte altera longiores duplati:suis duobus altrinsecis quadratis aggregati: 10 quadratos reddunt sed quos aliquis impar numeret.
proximi altera parte longiores cum duplo medij quadrati/itidem quadratos 11 sed quos numerus par numeret:efficiunt.
Altera parte lōgiores naturaliter ordinati:singuli singulis naturalē seriē seruā 12 tibus quadratis copulati:cōtinua serie triangulares numeros cōstituunt.
Omnes altera parte longiores:continuo ex quadratis vno detracto latere na= 13 scuntur.
Altera parte longiores cōtinue alternatim quadratis interiecti:ad quadratos 14 habitudinū similitudinem:non autem differentiarum seruant. Contra vero intercepti quadrati ad altera parte longiores relati/continue differentiarum equalitatē:non autē proportionū retinent/obseruantq3 similitudinem.
Alternati constitutis altera parte lōgioribus atq3 quadratis:a binario differē 15 tie duplantēr/et adinuicē eandē que et totorū est inter se:seruant habitudinē.

Py ra mi dis pro pri e ta tes.

Omnis pyramis ex aliqua numerorū multangula figura:cui omēs cōgenee/si 1 milesq3 figure superponanē:consurgit.
Cuiuslibet pyramidis basis est multagulorū numerorū in pyramidis structu 2 ram aptatorum maximus.
Pyramis trigona ex continue trigonis ad vnitatē vsq3 supra seinuicem erectis 3 gignitur.
Et tetragona ex tetragonis/et penthagona ex penthagonis/hexagona ex he= 4 xagonis hoc pacto supra seinuicē erectis:et ita deinceps.

Cu bi pro pri e ta tes.

Cubi producentur omēs:si dispositis naturaliter post vnitatē imparibus duo 1 primi cōiungantur. post quos alij tres. post quos quatuor. et hoc pacto cō sequenter.
Numeri cubi duabus eiusdem proportionis medietatibus iunguntur. 2
Si cubus cubum multiplicet:cubi forma conficitur. 3
Si cubus altera parte longiorē numeret:nunq̄ nascetur cubus. 4

Prima altera parte longiorum proprietas.

¶ Prima altera parte longiorum proprietas hac descriptione manifestatur.

Numeri continue pares.	2	4	6	8	10	12	14	16
Altera parte longiores.		6	12	20	30	42	56	72

In superiore quidem limite ponuntur numeri pares naturaliter dispositi ex quibus adinuicem col lectis (semper collectionem a binario altera parte longiorum principio/inchoando/sicut in qua= drato rum ex imparibus procreatione semp ab vnitate in cōtinue sequentes cepit collectio: vt pro xime precedentiū proprietatum tertia ostendit/fiunt altera parte longiores. Nam 2 et 4 collecti reddunt 6/altera parte longiorem. Ita 2.4.6. conficiunt 12 sic 2.4.6.8. simul sumpti cōponunt 20. Et ita de ceteris Et intelligitur presens proprietas de altera parte longioribus vltra binarium sumptis. Nā q̄uis binarius sit altera parte longior/habet eni per suas vnitates descriptus longitu= dine latitudini sola vnitate discrepantē/tā nō procreat ex paribus simul collectis: cum primus sit

a b
• •

a •
b •

numerorũ/itidem et primus pariũ. At quia numeri pares sunt numeri potẽtie et materiales ꝓpter eorũ diuisibilitatẽ:qua materie sunt affines se cũ dimensione semp diuisibilem prestanti. Et numeri altera parte lõgiores ex paribus adinuicẽ cõpactis gignanẽ vt dicit hec proprietas:hinc per numeros altera parte longiores designanẽ apud Pythagoricos res sensibiles atq; naturales que plus habent potentie et minus actus/suntq; diuisioni prorsus obnoxie. Contra vero numeri impares sunt numeri formales et actuales:magisq; supramũdanorũ naturã ob indiuisibilitatẽ in duo equalia referunt/ꝗ ipsa supramũdana ad indiuiduã simplicitatẽ propius accedant. Et numeri quadrati ex imparibus ex vnitate naturali serie collectis gignunẽ vt specierũ numeri plani tertia proprietas ostendit:hanc ob rem per quadratos designari solent res supramũdane/minus potẽtie et mol tum actus habentes. Et propter eam causã Pythagoras vnitatem/numerũ imparem et quadratũ in coordinatione serieq; positiuorum posuit:ꝗ per ea de supramundanis philosophãdũ putarit. Multa autem/numerum parem et altera parte longiorem in coordinatione priuatiuorũ:ꝗ ea res-
2 rum sensibilium proprietatibus inuestigandis accommodatiora censuerit. Secunda

¶ Secunda proprietas hac descriptione fiet apertior.

Numeri pares naturaliter ordinati.	2		4		6		8		10		12	
Numeri impares naturaliter dispositi.	3		5		7		9		11		13	
Altera parte longiores.	6	12	20	30	42	56	62	90	110	132	156	

¶ Hic altera parte longiores tertio limite inferius signati fiunt ex ductu parium in proximos impares/itidem et impariũ in proximos pares: Nã ex ductu 2 in 3 nascitur 6/altera parte longior. Et ex ductu 3 in 4 producitẽ 12. Ita ex ductu 4 in 5 prouenit 20/itidem altera parte lõgior. Et ita cõsequenter proxime minor in proxime maiorẽ numerũ ducaẽ:et proueniet semp altera parte longior, cũ duo proximi numeri sola vnitate distẽt: quorum vnus longitudinẽ altera parte longioris signat/alter latitudinẽ. Et nõ debet solũ numerus pario hac formula suprascriptus duci in numerũ imparẽ sibi directe suppositũ:nam sic nõ oẽs altera parte longiores nascerentẽ. Si eni primũ 2 in 3 ducaẽ/proueniatq; sex:et pntinus 4 in 5/proueniatq; 20:non procreaẽ 12 altera parte longior intermedius ex huiusmodi doctu. Sed primn suprapositus par in suppositũ imparem/deinde suppositus impar i proximũ parem suprapositũ. Tertio par suprapositus in imparẽ suppositũ ducaẽ/et ita consequenter. vt numerus qui in priore ductu fuit multiplicatus:in proxime sequẽte sit multiplicans/participentq; prior et sequens multiplicatio eodẽ termino.

3 ¶ Tertia proprietas patet supposita mensula pythagore in secunda proprietate specierũ numeri plani descripta:ex qua videre promptũ est binariũ duobus vnitatis lateribus circũponi/inferiori scz secundũ longitudinẽ:et sinistro secundũ latitudinẽ. secundũ quadratũ 4 circunstant altera parte longiores 2 et 6:2 quidẽ parte superiori/et 6 parte inferiori. Et hec circumpositio:secundũ longitudinẽ que est de sursum in deorsum attendiẽ. Idem altera parte longiores eundẽ quadratũ circunstant secũdũ latitudinẽ: que de sinistro in dextrũ porrigiẽ. nam binarius parte ipsius sinistra ponitur et senarius latere dextero. Nempe idem numeri altera parte longiores circũstant quadratos secundũ longitudinẽ et latitudinẽ. Quo fit vt quadratus omnis preter duos extremos in angulis oppositis sitos: quatuor altera parte longioribus(etsi coincidentibus)intercipiantur/qui sunt ipsi quadrato laterales:et quatuor latera/superius/inferius/sinistrũ/dextrũ/quibus inscribitur quadratus stipant. Ita 9 tertiũ quadratũ circũstant altera parte longiores 6 et 12. Quartum quadratũ 16 circunstant 12 et 20/altera parte longiores:et ita de alijs. Decimus autẽ quadratus 100/solũ vnũ habet altera parte longiorẽ circũpositũ scz 90:cũ alij intermedij oẽs duos habuerint/quia extremus est et in angulo constitutus. Qz si numeri in longiorem seriem pnducerentur: eque vt ceteri
4 duos habere videretur circũpositos altera parte longiores Quarta.

¶ Quarta proprietas patet ex descripta quesubijcitur formula.

Altera parte longiores.	6	12	20	30	42	56	72	90
Quadrati.	4	9	16	25	36	49	64	81
Quelibet numeri pars.	2	3	4	5	6	7	8	9

¶ In primo quidẽ limite naturaliter disponuoẽ altera parte longiores:in secundo vero quadrati. Cõsulto tñ omittiẽ binarius/altera parte longiorũ primordiũ/et vnitas principiũ quadratorum: quia binarius ad vnitatẽ cõparatus/nullã numeri pẽgignit sed duplã habet habitudinẽ. quare de sequentibus solũ vnitatẽ et binariũ altera parte longioribus et quadratis presens proprietas intelligitur. Itaq; altera parte lõgiores suprapositi ad quadratos directe suppositos cõparati: omnem numerũ partẽ gignunt que in tertio limite notaẽ. Vt 6 ad 4 cõparatus gignit secundã partem.

Nam 6 cõtinet 4 et vnã eius secundã siue medietatẽ. Ita 12 ad 9 cõparatus gignit tertiam partẽ:
nam 12 continet 9 et insuper tertiã eius partẽ. Sic 20 ad 16 procreat quartã partẽ: nam 20 cõtinet
Quinta 16 et quartã eius partẽ. ¶ Et ex hac proprietate et descriptione sequens proprietas stati est nota. 5
Nempe 6 ad 4 habet habitudinẽ sesqualterã/12 ad 9 sesquitertiã/20 ad 16 sesquiquartam: et ita
continue procedendo omnis superparticularis/idest ois superparticulariũ species procreabitur.
Nec ab re quinta proprietas de tetragonis a secundo tetragono (qui est 4) naturaliter ordinatis
intelligit: sicut et de altera parte lõgioribus a secundo altera parte longiore (qui est 6) naturaliter
dispositis. Nam primus altera parte longior scʒ binarius cõparatus primo quadrato scʒ vnitati: nõ
cõstituit aliquam speciem habitudinis superparticularis; sed duplã ad ipsum seruat proportionẽ.
Quare de primo altera parte longiore et quadrato hec proprietas sicut et precedens non est intel
Sexta ligenda. ¶ Sexta proprietas huius figure descriptione statim est nota. 6

Differentie quadratorum impares.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	
Quadrati naturaliter ordinati.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Differentie altera parte longiorũ pares.	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
Altera parte longiores.	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Ex hac figuratione liquet quadratorũ naturaliter dispositorũ differentias esse numeros impares
a ternario continue sumptos: vt ipsius 4 ad 1 differentia est 3. Ita tetragoni 9 ad 4 differentia est
5 sequens numerus impar. Et quadrati 16 ad 9 differentia est proxime cõsequens impar 7. et ita
in ceteris. Ita altera parte longiorum naturali serie ordinatorũ differentie sunt numeri pares con
tinue a quaternario sumpti. Nam ipsius 6 ad 2 differentia est 4. Sic altera parte longioris 12 ad 6
differentia est 6 proximus par. Ita ipsius 20 ad 12 differentia est 8 proxime sequens numerus par.
Septima Et ita de ceteris. ¶ Septima proprietas supposita figuratione dilucidatur hoc modo. 7

Altera pte lõgiores q̃dratis intercepti.	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49
Nomina proportionum.	Dupla.		Sesq̃l.		Sesquiter.		Sesquiqr.		Sesqqui.		Sesquisex.		

¶ Hic altera parte longiores duobus proximis quadratis intercipiunt: vt binarius altera parte lõ
gior: duobus quadratis/vnitati minori et 4 maiori. Ita 6 altera parte longior duobus tetragonis
interponit: scʒ 4 minori tetragono et 9 maiori. Et ita dispositi altera parte lõgiores/eandẽ seruãt
proportionis habitudinẽ: hoc est quã habet proportionẽ maior quadratus ad mediũ altera parte
longiorem/eandẽ habet medius altera parte longior ad minorẽ quadratũ. Estq̃ʒ inter duos qua-
dratos extremos: et mediũ altera parte longiorẽ medietas geometrica cõtinua. vt que proportio
ipsius 4 ad 2/eãdem est ipsius 2 ad 1/nam vtraq̃ʒ dupla. Et que proportio ipsius 9 ad 6/eadẽ est
ipsius 6 ad 4: nam vtraq̃ʒ sesqualtera. Sicq̃ʒ a dupla proportione que est inter terminos. 4. 2. 1. dif
fundunt se in oẽm superparticularium speciem: scʒ in sesqualterã consistentem in terminis 9. 6. 2.
sesquitertiam/sesquiquartam et reliquas vt ostendit figura superius posita.
Octaua ¶ Octaue pprietatis exẽplũ. vt sumat bis altera parte longior vtpote binari⁹/efficietq̃ʒ q̃ternariũ
qui addat duobus quadratis circũpositis qui sũt 1 et 4/efficit quadratũ 9. Ita bis sumptus altera 8
parte longior. 6. qui reddet 12/et duobus circunstantibus quadratis 4 et 9 adiectus; cõponit qua
dratum 25. Sic 12 bis sumptus/et duobus altrinsecis quadratis 9 et 16 adiunctus: constituit qua-
Nona dratũ 49 ¶ Nona proprietas hoc manifestatur exemplo. Sumant proximi altera parte longio-
res 2 et 6/qui simul iuncti reddũt 8: et capiant cũ duplo interpositi quadrati scʒ cũ 8 (qui duplus 9
est ad interpositũ quadratũ 4) reddunt etiam quadratum qui est 16. Ita proximi altera parte lon
giores 6 et 12 sumpti cum intermedij quadrati (qui est 9) duplo scʒ 18: cõponunt quadratũ 36.
Sic 12 et 20 proximi altera parte longiores sumpti cum interiecti quadrati 16/duplo 32: cõficiunt
Decima quadratum 64. ¶ Decima proprietas iisdem exemplis constat quibus octaua. In qua exẽpli cau 10
sa cõpositi sũt secũdũ illius et hui⁹ proprietatis exigẽtiã q̃drati. 9. 25. 49. quos sane aliquis impar
numerat (id eni hec proprietas vltra octauã dicit) nã 3 numerat 9: cũ ter tria sunt 9. Quinari⁹ nu
merat 25: cum quinquies 5 constituant 25. Et septenarius impar numerat 49: cum septies septem
equent 49. Sunt eni istorũ quadratorũ latera numeri impares: Latus autem suum quadratũ secũ
dum seipsum numerat. ¶ Vndecima proprietas eadem requirit exempla que nona: in qua forma 11
Vndecima ti sunt secundũ huius et illius proprietatis sententiã quadrati. 16. 36. 64. quos aliquis par nume-
rat (nam id hec proprietas vltra nonã enũciat) Nempe 4 numerat 16 secũdum seipsũ: cũ sit latus
eius. Et eadem ratione 6 numerat 36/et 8 numerat 64: cũ quater 4 reddant 16/et sexies 6: 36/et
octies 8: 64. Preterea suorũ laterum partes pares/eosdem quadratos numerãt; vt 2 numerat 16.

Ita 2 numerat 36. Deniq; 2 et 4 numerant 64. nam quicquid numerat totũ/et eius pars. Et quicquid a toto: et ab eius parte numeraẽ. ℂ Duodecima propnetas hac figuratione ostendiẽ. Duodecia

12

Altera parte longiores.	2	6	12	20	30	42						
Quadrati.	1	4	9	16	25	36	49					
Trigoni cõtinua serie sũpti.	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91

ℂ In hac figura/altera parte longiores naturali ordine dispositi sunt in primo limite: et quadrati in secundo. Si itaq; singuli altera parte longiores comparantur ad duos proximos (quibus secundum numerorum naturalẽ seriem interiacent) quadratos: efficient continua serie trigonos: vt 2 altera parte longior adiunctus vnitati minori quadrato: efficit 3 secundũ trigonũ. Idem numerus 2 adiunctus 4 maiori quadrato: cõponit 6 tertiũ trigonũ. Ita 6 altera parte longior adiũctus 4 minori quadrato: reddit 10 quartũ trigonum. Et idem numerus additus 9 maiori quadrato: cõficit 15 quintũ trigonũ. Sic 12 adiectus 9 minori quadrato/constituit 21 sextũ trigonũ: additus autem 16 maiori quadrato/conflat 28 septimũ trigonũ. ℂ Decimatertia proprietas patet his exemplis. Deciatertia

13 Ipsi tetragono 4 substracto suo latere sc; binario: relinquiẽ minor altera parte lõgior 2. Q; si eidẽ tetragono adijciaẽ idem latus: fiet maior altera parte lõgior 6. Sic ipsi tetragono 9 substracto latere 3: relinquiẽ minor altera parte lõgior 6. Addito vero latere eodẽ ad dictũ tetragonum: fit 12 maior altera parte longior. Sic ediuerso altera parte longiori maiori/detracto latere: aut minori/adiuncto latere: relinquitur intermedius quadratus. vt si ipsi 6 auferatur latus 2/aut ipsi binario idem latus addatur: relinquitur intermedius quadratus 4/q; tale latus sit quadrati ad vtrũq; altera parte longiorũ differẽtia. Modo si numerus numerũ superat: differentia minori addita aut a maiore substracta/numeri relinquuntur equales.

14 ℂ Decimaquarta proprietas patet supposita hac figura. Deciaq̃rta

Altera pte longiores/quadratis interpositi.	1	2	4	6	9	12	16	20	25
Quadrati/altera pte lõgioribus intermedij.	2	4	6	9	12	16	20	25	30

ℂ In priore limite altera parte longiores sunt continue et alternati quadratis intercepti: ad quos seruant proportionũ similitudinem et medietatẽ geometricam/vt in octaua harum proprietatum dictum est. Nam 4 ad 2 duplus est: sicut 2 ad 1. Sic 9 ad 6 est sesqualter: sicut 6 ad 4. Ita 16 ad 12 est sequitertius: sicut 12 ad 9. Et ita consequenter semper sumendo altera parte lõgiorem pro medio termino. Non autem seruãt similitudinẽ differentiarũ neq; medietatem arithmeticã. Nam 4 ad 2 differentia est 2. At duorũ ad vnũ differentia est vnitas. Ita 9 ad 6 differentia est 3. At 6 ad 4 differentia est 2. Sic 16 ad 12 differentia est 4. Atqui 12 ad 9 differentia est 3. In limite autem inferiori sunt quadrati continue et alternatim altera parte longioribus interpositi: ad quos differentiarum equalitatẽ et medietatẽ arithmeticam seruant. Nempe 6 ad 4 differẽtia est 2: sicut et 4 ad 2. Sic 12 ad 9 differentia est 3: sicut et 9 ad 6. Demum 20 ad 16 differẽtia est 4. que etiã est ipsius 16 ad 12: Sed non retinẽt similitudinem proportionum neq; medietatẽ geometricã. nã 6 ad 4 ꝓportio est sequaltera/4 autem ad 2 dupla. Ita 12 ad 9 proportio sesquitertia: sed 9 ad 6/sesqualtera. Deniq; 20 ad 16 proportio sesquiquarta. Atqui 16 ad 12 sesquitertia.

15 Ex hac autem proprietate planum est quadratos altera parte lõgioribus circũpositos seruare nexum arithmeticum/tanto quidem prestantiorem nexu geometrico quem seruant altera parte lõgiores quadratis circũpositi: quãto numeri magnitudinibus sũt perfectiores. Et cum nexus arithmeticus superiorũ ad inferiora cõnexionẽ insinuet/geometricus vero inferiorum ad superiora: q; quadrati superioribus entibus/altera vero parte longiores inferioribus respondeant: haud obscure ex hoc dinoscitur longe prestabilior esse nexus et amor superiorũ ad inferiora q̃ contra inferiorum ad superiora. Q; autem quadrati omnes vna medietate iũgantur: vt sexta specierum numeri plani proprietas proposuit/plane designat in mũdo intelligibili (quem quadrati referunt) summã esse amoris connexionẽ/mirabilemq; concordiã. Hinc canit Empedocles in Sphero (sic enim deũ vocat) omnia cõuenisse preter litem. Altera autẽ parte longiores hanc proportionalitatis regularitatem non vsq;quaq; seruare/indicat in hoc mundo sensibili (cuius altera parte lõgiores sunt numeri) nõ eum esse animorũ nexũ neq; concordiã qua superiora coalescunt. Deciaquita

ℂ Decimaquinta proprietas ostenditur formata hac figuratione.

Quadrati altera pte lõgiorib⁹ itermedij.	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
Geminate eorum differentie.	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	

In superiore limite alternati constituti sunt altera parte longiores et quadrati eis interiecti/quorũ differentie a binario consequenter sumpte duplanẽ: hoc est bis inueniunẽ eedem. vt 4 ad 2 diffe-

rentia est 2:et eadē est 6 ad 4. Sic 9 ad 6 differentia est 3:et eadem est ipsius 12 ad 9. Deniq; 16 ad 12 differentia est 4:que eadem est ipsius 20 ad 16. Preterea que proportio est totorū quadratorū ad altera parte lōgiores et illorū ad quadratos: eadem est proportio differentiarū ipsorū inter se. Vt que proportio 9 ad 6 et 6 ad 4: eadem est differentiarum 3 ad 2/cum vtraq; sit sesqualtera. Et que proportio 16 ad 12 et 12 ad 9: eadem est differentiarū 4 ad 3. Siquidē vtraq; est sesquitertia. Ita que proportio 25 ad 20 et 20 ad 16: ea est 5 ad 4 differentie ad differentiam. Vtrimq; enim est sesquiquarta. et ita in alijs. Et recte dictū est in littera differentias a binario duplari. nam differentia ante binariū vtpote vnitas (que quidem differentia est primi altera parte longioris qui binari⁹ est/ad primūquadratū que est vnitas) non duplatur: sed semel tantum inuenitur. Sed hec statim intellectu peruia sunt.

Prima Pyramidis proprietas.

1 ¶ Pro prima pyramidis proprietate id prenotādū est figuram numerorū multangolā esse numerū planū qui plures habet angulos: qualis est trigonus/tetragonus/pētagonus/hexagonus. Figure autē cōgenee et consimiles dicunt: que eiusdem sunt denoiationis. vt trigone trigonis/tetragone tetragonis. Dicit ergo proprietas q: omis pyramis nascitur ex aliquo numero plano in imo pro basi posito: cui oēs plani consimilis denoīationis vnitati propinquiores seriatim superponunt. vt Pyramis trigona nascitur ex trigono pro basi posito: cui omnes trigoni inferiores recto ordine superponunt. Et pyramis tetragona ex tetragono pro basi omnibus subiecto: cui minores tetragoni ordinate superponunt. vt tertia et quarta proprietas exēplis declarabunt.

30	
1	10
4	1
9	3
16	6

¶ Secunda proprietas his ostendit exemplis. Pyramidis/10/coostitute ex trigonis/6/3/1: basis 6 2
est maximus trigonorum in illius pyramidis compositionem applicatorum. Et pyramidis/30 cōposite ex tetragonis/16/9/4/1: basis 16 est maximus tetragonorū in illius structurā aptatorum. Conus autē sc; vnitas/minima. Numeri autem intermedij sunt basi minores et cono maiores. Et quanto magis ad conū accedunt/tanto sunt minores inter se: quanto vero basi propinquiores/tāto maiores. vt in dato exemplo 9 tetragonus basi proximus est maior q̄ 4 proximus cono. Quo fit, vt in pyramide ascendendo/a maximo per continue minores procedatur ad minimū. Nam intermedij sunt consimiles numeri plani continuo ordine sūpti.

Numeri trigoni.	Pyramides trigone.
1	
3	4
6	10
10	20
15	35
21	56

¶ Tertia proprietas ostenditur per 3
figurationē in margine positam. nam 4 Pyramis trigona nascitur ex trigono. 3. basi: et vnitate superposita qui con⁹ est. Sic et Pyramis trigona/10: ex trigonis 6/3/1/supra seinuicē erectis. Et 20 ex basi 10/et minoribus trigonis 6. 3 1. sibi ordine superpositis. Et ita de 35. et 56. Vt semper Pyramidis basis sit trigonus sibi eodē limite respōdens: cui ceteri superius descripti eo quo describunt ordine superponant.

Quarta

¶ Quarta proprietas declaratur his subiectis formulis. 4

Numeri tetragoni.	Pyramides tetragone
1	
4	5
9	14
16	30
25	55

Numeri pentagoni.	Pyrami. Penta.
1	
5	6
12	18
22	40
35	75

Numeri hexagoni.	Pyramides hexago.
1	
6	7
15	22
28	50
45	95

¶ In prima figura Pyramis tetragona 30 nascitur ex tetragono 16 pro basi supposito: et tetragonis 9/4/1/directe superpositis. Et ita de alijs in eadem formula descriptis. In secūda vero formula Pyramis pentagona. 40. nascitur ex pentagonis/22/12/5/1/supra seinuicem ad vnitatem vsq; dispositis. In tertia vero: Pyramis hexagona 50 nascitur ex numeris hexagonis/28/15/6/1/ad vnitatem vsq; sibi superpositis. Et ita de ceteris Pyramidibus intellige.

Prima cubi proprietas.

¶ Prima numeri cubici proprietas hac descriptione ostenditur. 1

Numeri impares.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Cubi ex eis producti.	8		27			64				125				

¶ In hac figura describūtur naturali serie numeri impares post vnitatem quorum duo primi/3 et 5 simul iuncti constituunt cubum 8. Deinde ceteri tres /7/9/11/vna collecti: sequentē componūt cubum 27. Postea sequētes quatuor impares/13/15/17/19/in vnum adacti: sequentē cubū 64 cōficiunt. Demū sequentes quinq; impares/21/23/25/27/29/pariter adiecti reddunt sequentem cubū 125. ¶ Secunda proprietas dicit q: inter quoslibet duos cubos siue proximos/siue distantes et

Secunda

mediatos inueniuntur duo numeri proportionales medij: et cū extremis cubis constitoentes me- 2
dietatem geometricā continuā/quatuor terminis cōprehensam: vt hec ostendit figura.

Cuboru cum medijs habitudines	Prior cubus	Prim⁹ medius	Secũd⁹ medi⁹	posterior cubus
Continue dupli	1	2	4	8
Continue tripli	1	3	9	27
Continue quadrupli	1	4	16	64
Continue sesqualteri	8	12	18	27
Continue dupli	8	16	32	64
Continue sesquitertij	27	36	48	64

In primo eni limite que proportio 8 ad 4 maioris extremi cubi ad maiorem medium: eadem est ipsius 4 ad 2 maioris medij ad minorem medium/et ipsius 2 ad 1 minoris medij ad minorem cubum: cum vbiq; sit habitudo dupla. Et in secundo limite que proportio 27 ad 9: eadem est ipsius 9 ad tria/et triũ ad vnum: nam semper tripla. Et inuenitur minor numerus medius proportionalis: si acceptorum vtriusq; extremi cubi laterum minus in maius ducatur: et deinde idem minus i productum ex priore ductu. Maior vero numerus medius proportionalis reperitur: si maius cubi latus in se ducatur/et deinde minus in productum ex precedẽte ductu. Vt sint dati extremi cubi 8.27: quorum latera sũt 2.3. duco 2 minus latus in 3 maius: et prouenit 6. deinde duco idẽ minus latus in productum scilicet 6: et prouenit 12 prior medius proportionalis. Rursum duco maius latus 3 in seipsum: et prouenit 9. Deinde duco minus latus 2 in productum scilicet 9: et proueniet 18 alter medius proportionalis. Similiter si sint dati extremi cubi/8 (cuius latus 2) et 64. cui⁹ latus est 4. Et ducatur minus latus 2 in maius scilicet 4: proueniet q; 8/in quem ducatur min⁹ latus 2: et producet̃ 16 minor medius proportionalis. Deinceps ducat̃ maius latus qui ternarius in seipsum et proueniet 16/in quem ducatur minus latus 2 et proueniet 32 maior medius proportionalis. ℭ Et quemadmodum quadrati sumuntur/constitutis ab vnitate continue similium in genere multiplicis habitudinum numeris/vno semper in medio intermisso: vt quinta specierum numeri plani proprietas declarauit: ita cubi sumuntur constitutis hoc modo cõsimilis habitudinis ab vnitate sumptis numeris/et duobus intermissis: vt hec ostendit figura.

Continue dupli	1.	2	4	8.	16	32	64.
Continue tripli	1.	3	9	27.	81	243	729.
Continue quadrupli	1.	4	16	64.	256	1024	4096.

In primo limite (qui cõtinet numeros cõtinue duplos) post vnitatẽ primũ cubũ duobus intermissis numeris sequit̃ 8 etiã cub⁹. Iterũ duob⁹ intermissis sumit̃ 64 itidẽ cubus. In limite vero secũdo (qui cõtinue triplos numeros cõplectit̃) post vnitatẽ primũ cubũ duob⁹ intermissis numeris inuenitur 27 numerus cubicus. Post quẽ duob⁹ iterũ in medio dimissis sequit̃ 729 etiã cubus. Demũ in tertio limite (qui est continue quadruplorum) post vnitatem primum cubum duobus dimissis consequitur 64 numerus cubicus. Post quem rursum duobus in medio relictis/sequitur alius cubus 4096. Notantur autem in quouis horum limitũ cubi per punctũ ad latus adiectum: quo ab alijs facilius internoscantur. Et idẽ deprehendet̃ veritatẽ serus re cõstitutis limitibus maiorũ multiplicium: vt quincuplorũ/sescuplorũ/septuplorũ/et cõsequentiũ. Qui quidẽ multiplices cõtinue ab vnitate sumentur q̃facillime: si primum in vnitatem ducatur numerus denominans huiusmodi multiplicem/et deinde in ꝑductũ idẽ ducatur minimus denominans. Iterũq; postremo productũ idẽ multiplicet denominãs/et ita consequenter quotiens fiet huiusmodi ductus denoĩantis in postremo ꝑductum: tot sumentur illius denominationis cõtinue multiplices. Exempli gratia. si quis velit sumere continue quĩcuplos ab vnitate: ducat primo quinariũ (qui est denominãs quincuplorũ) in vnitatẽ: et ꝓueniet quinarius. Nã si numerus in vnitatẽ ducat̃: seipsũ ꝑducit. Deinde ducat̃ quinarius in 5 productũ: et producitur 25 quĩcuplus ad 5. Rursum ducatur 5 in 25: produceturq; 125 quincuplus ad 25. Et ita procedendo sumentur consequenter continue quincupli. Eodẽ modo de continue sescuplis et septuplis sumantur exempla.

ℭ Tertia ꝓprietas ostẽdit̃. vt 8 ductus in 27/ꝑducit cubũ 216: cuius 6 est latus. Nã sexies 8 con
3 ficiunt 36 quadratũ/et sexies 36 ꝑducũt 216 cubũ. Silr̃ 8 cubus ductus in 64 cubũ/ꝑducit cubũ Tertia
512: cuius latus est 8. Nã octies 8 reddũt 64 quadratũ: et octies 64 ꝑducit dictũ cubũ 512. Neq;
incõueniẽs est eundẽ numerũ vt 8 esse cubum/et esse latus alterius quadrati et alterius cubi: quã-
do quidẽ hoc fiat respectu diuersorũ. Neq; etiã incõueniẽs est eundẽ numerũ vt 64 esse quadratũ
et esse cubũ: cũ hoc sit respectu diuersorum laterum/vt 8 et 4. Vt autem cuiusq; lateris cognoscat̃
in promptu quadratus et cubus: hec notet̃ figura.

latera	q̄dra.	Cubi.		latera	q̄dra.	Cubi
2	4	8		12	144	1728
3	9	27		13	169	2197
4	16	64		14	196	2744
5	25	125		15	225	3375
6	36	216		16	256	4096
7	49	343		17	289	4913
8	64	512		18	324	5814
9	81	729		19	361	6859
10	100	1000		20	400	8000
11	121	1331		21	441	9261

Si latera que primo signantur loco in seipsa ducantur: producunt quadratos secundo limite positos / et ordine eodem a sinistro in dextrum procedēdo collocatos. Si vero latera in suos ducantur quadratos: proueniunt eorum cubi tertio loco signati. Et eadem via cuiuscūq; numeri quadratū et cubum per multiplicationem facile reperies

Quarta. ¶ Quarta ꝓprietas his declaratur exemplis. Si cubus 8 in 2 altera parte longiorē ducat̄: ꝓueniet 16 / qui nō est cubus. Et si idē cubus multiplicet 6 altera parte lōgiorē: ꝓducit 48 / qui etiā non est cubus. Q; si idē cubus multiplicet 12 altera parte lōgiore: ꝓuenit 96 qui nequāq̄ est cubus. Ex tribus autē vltimis ꝓprietatibus et ea que p̄ter litterā adiecta est: cōstat cubū habere in solidis magnam conformitatem ad tetragonum in planis: cum consimiles sint vtriusq; proprietates. quemadmodum pyramis in solidis ad trigonnum in planis. 4

Due autem postreme cubi proprietates in littera posite hac descriptione innotescunt.

Cub⁹ multiplicans	Cub⁹ multiplicatus	Cub⁹ productus		Cub⁹ multiplicans	Altera ꝑteló. multiplicatus	Product⁹ nō cubus
8	27	216		8	2	16
8	64	512		8	6	48

Me di e ta tis A rith me ti ce pro pri e ta tes

Medietas Arithmetica suorum terminorum semper proportionum dissimilitudinem gerit. 1

Medietas Arithmetica continue nascetur: si naturalis numerorum series indiscontinuata protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis / si simili intercapedine abinuicem distantes: continue accipiantur. Quo fit vt pares: naturaliter sese consequentes / itidem et impares hanc medietatis normam inuiolabiliter seruent. 2

Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus extremorum simul iunctorum est medietas. 3

Arithmetice medietatis disiuncte extremi simul iuncti collectis / coniunctisq; mediis adequantur. 4

Eiusdem medietatis vt termini ad seipsos: ita differentie ad differentias. 5

Medietas Arithmetica coniuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui ex medietate conficitur / quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt terminos constitute. 6

Disiūcta vero tanto minus sub extremitatibus cōtinet eo qui cōtinet sub mediis: quantū est quod fit ex differētia maximi ad vnū mediorū / in differentiam medii eiusdem ad minimum. 7

Huius medietatis quotcunq; continue dispositorum numerorū minores termini maiores proportiones / maiores vero: minores proportionum habitudines continue seruant. 8

Arithmetice medietatis determinatorū extremorū medius reperitur nume= 9

rus: ſi extremorum coniunctorum medietas accipitur.

Ge o me tri ce me di e ta tis pro pri e ta tes.

1 Geometrice medietatis quorũcunq; terminorũ cõtinue diſpoſitorũ et maiorum et minorũ terminorũ, equales ſunt proportionũ habitudines.

2 Geometrica medietas ſuorum terminorum conuerſam ſeruat proportionalitatem / vt ſemper ſi primus ad ſecundum quemadmodũ ſecundus ad tertium: ita econuerſo tertius ad ſecundũ vt ſecũdus ad primũ. quod et in diſiuncta medietate ſimiliter euenire cognoſcitur.

3 Eadem quoq; medietas quatuor terminis diſtributa ſemper permutatã proportionalitatẽ retinet. vt ſi queadmodũ primus ad ſecundũ: ſic tertius ad quartũ. ita vt primus ad tertium, et ſecundus ad quartum.

4 Medietatis geometrice terminorũ et eorũdẽ differẽtiarũ ſimilis eſt ꝓportio.

5 Medietatis geometrice que in multiplicibus exiſtit, maior numerus ad minorem comparatus: ipſum minorẽ ſuã habet differentiã, aut multiplicẽ minoris, vno minus q̃ maioris ad minorem ſit habitudo.

6 In continua medietate geometrica: quod cõtinetur ſub extremis, equum eſt ei qui ex medio in ſe ducto naſcitur. Et in diſcontinua ei qui fit ex duabus in ſe ductis medietatibus.

7 Continueproportionalitatũ ſpecies: quadratis ab vnitate et altera parte longioribus alternatim vna ſerie diſpoſitis: a prima multiplicium medietate in omnes ſuperparticularium habitudines, proportioneſq; diſcurrunt.

8 Geometrice medietatis determinatis extremis medius ꝓportionalis reperitur: ſi numeri ſub extremitatibus contenti tetragonicũ latus accipiatur.

1 ¶ Prima ꝓprietas medietatis arithmetice dicit q̧ termini in quib⁹ eſt dicta medietas ſẽpẽr habẽt diſſimilitudinẽ ꝓportionũ. vt alia ſit ꝓportio maioris extremi ad mediũ: q̃ medii ad minus extremũ. Exẽpli cauſa: tres numeri 6. 4. 2. cõſtituũt medietatẽ arithmeticã ꝑ diffinitionẽ. Et 6 ad 4 ꝓportionẽ habet ſeſqualterã: 4 aũt ad 2 duplã. Ita 12. 10. 8. componũt arithmeticã medietatẽ. et 12 ad 10 habet ſeſquiquintã habitudinẽ, ſed 10 ad 8 ſeſquiquartã. Quo fit vt inter eoſdẽ terminos non poſſit eſſe medietas arithmetica et geometrica. Prima proprietatum arithmetice medietatis.

2 ¶ Secũda ꝓprietas oſtẽdit deſcribẽdo naturali ſerie numeros hoc modo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8 9 10. Oẽs hi ad ꝓximos cõparati habẽt medietatẽ arithmeticã: cũ differẽtias habeãt eq̃les et ſola vnitate abinuicẽ diſtẽt. Siũt numeris hoc modo ſc; naturali ſerie diſpoſitis ſi equo interſtitio abinuicẽ diſtãtes ſumãt: inter eos ſeruatur eadem medietas vt 3. 6. 9. 12: qui ternario abinuicem diſtãt. Et 4. 8. 12. 16 / qui diſiũgũt q̃ternario ¶ Hinc cõſtat numeros pares ſua ſerie collectos hoc pacto: 2. 4. 6. 8. 10 / ſeruare dictã medietatẽ: quia abinuicẽ omnes binario diſcriminant. Itidẽ et ĩpares ſua ſerie diſpoſitos ſic. 3. 5. 7. 9. 11. 13. eandẽ habere medietatem: quia binario diſtant omnes. Huius autem proprietatis partes omnes ſubiecta deſcriptione reddentur conſpicue. Secunda.

Numeri naturali ſerie diſpoſiti	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Eorum differentie ſemper eedem	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Numeri pares naturaliter ordinati	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
Eorum differentie ſemper eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Numeri impares naturaliter diſpoſiti	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Eorum differentie ſemper eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	

3 ¶ Tertia proprietas oſtenditur datis tribus terminis (aut pluribus ſed in numero impari: vt vn⁹ ſolum ſit medius) ſeruantibus medietatem arithmeticam continuam: vt 10. 8. 6. extremi 10 et 6. ſimul iuncti conſtituunt 16: cuius 8 medius terminus eſt medietas. Ita datis quinq; terminis 12. Tertia.

10 / 8 / 6 — 16

10.8 6.4.extremi 12 et 4 simulvniti conficiunt 16:cuius 8 medius terminus est medietas / quia
eis est circumpositus et equidistans.

Quarta. ℭ Quarta proprietas manifestatur datis quatuur terminis seruātibus medietatē arithmeticam 4
disiunctam.vt 12.10.6.4.extremi termini 12 et 4 simul iuncti reddunt 16: quem itidem compo
nunt 10 et 6 simul vniti.Ita datis 8.7.5.4/extremi 8 et 4 vna compositi efficiunt 12 : sicut medii
7 et 5 pariter accepti.Et hec etiam habet veritatem in terminis medietatis arithmetice continue
secundum parem numerum sumptis : vt 10.8.6.4.extremi 10 et 4 vna sumpti componunt 14:
quem etiam medii 8 et 6 coniuncti efficiunt.Ita 10.9.8.7.6.5.datis sex terminis : extremi 10 et 5
conficiunt 15:quem et medii 8 et 7 aggregati constituunt.





ℭ Quinta proprietas declaratur datis terminis medietatis coniuncte 10.8.6:qui ad seipsos com 5
parati seruāt proportionem equalitatis.Nam 10 ad seipsum equalitas est:similiter 8 ad seipsum/
itidem et 6:quandoquidem omnis numerus ad seipsum comparatus:equalitatis proportionem
habet.Ita et differentie scilicet 2 ad 2 seruant equalitatem/per diffinitionem. Et in medietate di-
siuncta 12.8.6.2.vt termini ad seipsos collati equalitatem retinēt:ita et differentie eorum que sūt
2 ad 2 equales sunt adinuicem.

Sexta. ℭ Pro sexta proprietate prenoscere oportet/ꝙ id continetur sub extremitatibus: quod fit ex du 6
ctu et multiplicatione extremi in extremum.Et id conficitur ex medietate: quod producitur ex
medio termino in se ducto.Tantum autem possunt sub se differētie:quantum producitur ex du-
ctu vnius differentie in alteram.Intelligentia ergo proprietatis est ꝙ in arithmetica medietate cō
iuncta numerus qui fit ex ductu extremi in extremū / tanto est minor eo qui fit ex ductu medii in
seipsum:quantus est numerus qui fit ex ductu vnius differētiarū datorū terminorum in alteram.
vt datis terminis 6.4.2.extremi in se ducti producunt 12:qui tanto minor est numero producto
ex ductu medii in seipsum qui est 16:quātū fit ex ductu differētie maioris extremi in mediū/in dif
ferentiam medii ad minus extremum scilicet 4.nam si 2 in 2 ducatur differentia in differentiam:
proueniet 4.Et sane 12 quaternario minor est q̄ 16.Similiter sint dati termini 8.5.2.quorū extre-
mus in extremum ductus producit 16:medius vero in se ductus gignit 25/et differentia in diffe-
rentiam ducta scilicet 3 in 3 producit 9.Et 16 numerus extremorum est minor q̄ 25 numerus me
dii/nouenario:qui numerus est differentiarum.

Septima ℭ Septima proprietas intelligenda est hoc modo.In arithmetica medietate disiuncta numerus 7
qui fit ex ductu extremi/in extremum/tanto est minor numero qui fit ex ductu vnius medii in al-
terum:quantus est numerus qui fit ex differentia maioris extremi in maiorem medium / ducta in
differentiam eiusdem maioris medii ad minorem extremum:aut quantus est numerus qui fit ex
differentia maioris extremi ad minorem medium/ducta in differentiam eiusdem minoris medii
ad minorem extremū:quia hic priori est equalis.vt sint dati quatuor termini 10.8.4.2.extremus
in extremū ductus ꝓducit 20 Medius vero ductus in mediū gignit 32. Differentia autem maxi-
mi ad maius mediū sc3 2/ducta in differētiā eiusdē medii ad minimū sc3 6/ꝓducit 12:sicut et dif-
ferētia maximi ad minus mediū sc3 6 ducta in differentiā eiusdē medii in minimū sc3 2.Modo 20
minor est q̄ 32/duodenario.Ita dentur in disiūcta medietate arithmetica q̄tuor termini/9.7.4.2
Quorū extrem⁹ in extremū duct⁹ ꝓcreat 18.Medius vero duct⁹ in mediū ꝓducit 28.Et differētia
maximi ad maius mediū sc3 2 ducta in differētiā eiusdē medii ad minimū que est 5: ꝓducit 10.Si
cut et differentia maximi ad minus medium que est 5/ ducta in differentiam eiusdem medii in mi
nimum scilicet 2.Modo 18 est minor q̄ 28/denario:qui est numerus differentiarum.

Octaua. ℭ Octaue ꝓprietatis exēplū.vt 2.4.6.8.10.numeri sūt cōtinue dispositi secūdū medietatē arith- 8
meticā cōiūctā:quorū minores termini habēt maiores ꝓportiōes.et maiores termini/ minores ha
bitudines:vt termini et ꝓportiōes opposito se habeāt modo penes maius et min⁹.Vt 4 et 2/mino
tes sūt termini q̄ 6 et 4:et maiorē habent proportionē. Nam 4 ad 2 proportionem habet duplā:
et 6 ad 4 sesqualteram/que est minor dupla. Similiter 8 ad 6 minores sunt termini q̄ 10 et 8:et
maiorem habet proportionem.nā 8 ad 6:sesquitertiam/10 vero ad 8 sesquiquartam seruat / que
sesquitertia minor est.Et ita in quibuscunq; aliis terminis.

Nona. ℭ Noue ꝓprietatis sētētia est ꝙ si capiāt duo nūeri silis habitudis/id est vel ābo pares vel ābo im 9
pares:qui sc3 sil' iūcti totū cōstituāt parē.Et ipsorū sil' iūctorū accipiat medietas:illa est medius nu
merus inter duos extremos determinatos in hac medietate arithmetica.Vt sint 6 et 12: quotum
queritur medius.Iungo simul datos extremos et cōstituunt 18:cuius accipio medietatem 9 / quē
dico esse medium inter determinatos extremos:nā 12 ad 9 differētia est 3/et eadem ipsius 9 ad 6.

Similiter assignō duos determinatos extremos 7 et 3: inter quos quero medium huius medieta-
tis. Coniungo eos et constituunt 10/cuius accipio medietatem 5: quem dico esse medium iter da-
tos extremos/et inter tres terminos 7.5.3. esse medietatem arithmeticam nam 7 ad 5 differentia
est 2: que etiam est ipsius 5 ad 3. Si autē acciperetur numerus par cum impari pro determinatis ex
tremis: nō haberet ꝓprietas visū/q̄ illi simul iuncti cōstituerēt iparē/cui⁹ nō posset sumi medietas
1 ¶ Prima proprietas geometrice medietatis declaratur descriptis continue per ordinem duplis Prima pro-
1.2.4.8.16.32.64. Vbi tam in maioribus terminis 64 et 32 q̄ in minoribus 2.1. seruatur ꝓpor- prietatu me
tionum equalitas. Nam vt 64 ad 32 duplus est: ita et 2 ad 1. Quod in arithmetica medietate fieri dietatis geo
non posse dictum est octaua paulo anteposita proprietate: cum in maioribus terminis minor/ et i metrice.
minoribus maior seruari dicta fuerit proportio. Ita datis huius medietatis terminis 1.3.9.27.81.
in maioribus terminis 81 et 27 est proportio tripla: sicut et in minorib⁹ 3. et 1. aut duobus qbusq̄
2 intermediis. ¶ Secunda proprietas docet in numeris conuersā ꝓportionalitatem. siue in trib⁹ ter Secunda
minis: quando sicut se habet primus ad secundū terminū/ita secundus ad tertiū/ex quo subinferi
mus q̄ sicut tertius se habet ad secundum ita secundus ad primum. vt sint dati tres termini/ 8 pri
mus: 4 secundus/et 2 tertius/Sicut 8 ad 4/primus ad secundum: ita 4 ad 2/secundus ad tertium 8.4.2.
Nam vtrobiq̄ est dupla proportio. Sic ediuerso sicut 2 ad 4/tertius ad secundū: ita 4 ad 8 secun
dus ad primū/cum vtrimq̄ sit subdupla. Habet et eadē proportionalitas locum in quatuor termi
nis: quando sicut primus ad secundū se habet/ita tertius ad quartum: ita contra sicut quartus ad
tertiū se habet: ita secundus ad primū. Et id euenit primo in medietate geometrica continua. vt 16 8
datorum quatuor terminorum eo quo ponuntur ordine sumptorum. 16.8.4.2: sicut 16 ad 8: ita 4 2
4 ad 2/nā vtraq̄ habitudo est dupla. sic conuerso ordine sicut 2 ad 4 ita 8 ad 16: cū vtraq̄ ꝓpor
tio sit subdupla. Secundo in medietate geometrica disiuncta. vt sint dati hac serie quatuor termi-
ni 12.8.6.4: sicut 12 ad 8 ita 6 ad 4/cum vtraq̄ sit sesqualtera proportio: ita ꝑpostero ordine vt 12 8
4 ad 6 ita 8 ad 12/nam vtraq̄ est subsesqualtera. Et in hac proportionalitate semper posterior 6 4
proportio est correlatiua ad priorem: vt si prior sit dupla/posterior est subdupla. Si prior sesqualte
3 ra/posterior subsesqualtera. ¶ Tertia proprietas docet in numeris permutatam proportionali- Tertia
tatem que solum fit in quatuor terminis. Et est quando sicut se habet primus ad secundū/ ita ter-
tius ad quartū: ex quo concludimus q̄ sicut primus ad tertium se habet / ita secundus ad quartū.
Et fit primo in medietate geometrica coniuncta. vt datorum quatuor terminorum 16.8.4.2. si-
cut se habet 16 ad 8 primus ad secundum/ita 4 ad 2 tertius ad quartum: nam vtraq̄ proportio 16 6
est dupla. ita sicut se habet 16 ad 4 primus ad tertium/sic 8 ad 2 secundus ad quartum: cum vtra 4 2
q̄ sit habitudo quadrupla. Secundo seruatur eadem proportionalitas in medietate geometrica
disiuncta. vt datorum quatuor terminorum 12.8.6.4. sicut 12 ad 8 primus ad secundum/ita 6. 12 8
ad 4. tertius ad quartum: nam vtraq̄ ratio est sesqualtera. Ita sicut se habet 12 ad 6 prim⁹ ad ter- 6 4
tium/sic 8 ad 4 secundus ad quartum: nam vtraq̄ dupla. Quo fit vt prior proportio interdū mu-
tetur in posteriorem eiusdem generis: interdum alterius: vt aliquando multiplex in multiplicem
aliquando vero multiplex in superparticularem et superpartientē/et ediuerso: quod vel solis exē-
plis constat. Et non modo conuersa proportionalitas et permutata inueniuntur habere locū in
terminis geometrice medietatis: sed et relique proportionalitatum species quas Iordanus in secū
do Arithmetices et Euclides in quinto Geometrie pertractant: scilicet coniuncta proportionali-
tas/disiuncta/euersa et equa. Coniuncta quidem: quando quatuor terminorum vt primus ad se-
cundum ita tertius ad quartum. ex quo concludimus sicut coniunctum ex primo et secundo ad
secūdū /ita coniunctum ex tertio et quarto ad quartum se habere. vt sicut se habet 8 ad 4 / ita 6
ad 3. quare sicut se habet coniunctū ex 8 et 4. scilicet 12 ad 4: ita cōiunctum ex 6 et 3 scilicet 9 ad
3. Est enim hic vtrobiq̄ proportio tripla: sicut illic dupla. Disiuncta vero est ediuerso quando da-
tis quatuor terminis sicut coniunctum ex primo et secundo se habet ad secundum/ita coniunctū
ex tertio et quatto se habet ad quartum: et hinc colligimus sicut primū ad secundum/ita tertium
ad quartū se habere. vt datis q̄tuor terminis 8.4.6.3. sicut cōiūctū ex 8 et 4 sc3 12 se habet ad 4
ita cōiūctū ex 6 et 3 sc3 9 se habet ad 3. Nam vtriq̄ est ꝓportio tripla. quare vt 8 se habet ad 4: ita
6 ad 3: cū vtrobiq̄ habitudo sit dupla. Euersa ꝓportionalitas cōtigit quotiēs vt primū et secūdū
se habet ad secundū ita tertiō et quartū ad quartū/et inde inferim⁹ sicut primū et secūdū se habet
ad primū: ita tertium et quartū ad tertium. Vt datis quatuor predictis terminis sicut se habet 8 et
4 scilicet 12 ad 4: ita 6 et 3 scilicet 9 ad 3. Vtraq̄ enim habitudo est tripla: quare sicut se habet 8
et 4 scilicet 12 ad 8/ita 6 et 3 (que nouenarium complent) ad 6. Nempe vtrimq̄ est proportio ses

qualtera. Equa proportionalitas accidit quotiens sumptis quotlibet numeris ad alios totidē in
continua proportionalitate se habentibus: inferimus vt priorum proportio extremi ad extremū:
ita posteriorū extremi ad extremi proportionē esse. Et duobus modis fieri potest/primo directe.
quando vt priorum primus ad secundū: ita posteriorum primus ad secundum/et sicut priorū se=
12 8 cundus ad tertium: ita posteriorum secundus ad tertium. ex quo colligimus vt priorum primus
ad tertium: ita posteriorum primum ad tertium se habere. vt datis tribus numeris proportionali
6 4 bus 12. 6. 3. et aliis tribus 8. 4. 2. sicut se habet 12 ad 6/ita 8 ad 4. et sicut 6 ad 3: ita 4 ad 2. quare
3 2 sicut se habet 12 ad 3 extremus ad extremū: ita se habet 8 ad 2 extremus ad extremū. Secundo fit
equa proportionalitas indirecte. quando vt priorum primus ad secundum: ita posteriorū secūdꝰ
ad tertium/et sicut priorum secundus ad tertium: ita posteriorū primus ad secundum. et inde cō
cludimus sicut priorum primus ad tertium extremus scilicet ad extremum: ita posteriorum pri=
mus ad tertium extremus itidem ad extremum sese habet. Vt designatis predictis tribus nume=
ris prius dans et reliquis tribus posterioribus: sicut se habet 12 ad 6 ita 4 ad 2. et sicut 6 ad 3: ita
8 ad 4. quare sicut 12 ad 3 extremus ad extremū priorum: ita 8 ad 2 extremus ad extremū poste
riorum. Est enim vtrorumqꝫ extremorum ad sua extrema habitudo quadrupla: quemadmodū in
vtraqꝫ serie extremorū ad medios et mediorū ad suos extremos est habitudo dupla.

Quarta. ❡ Quarta proprietas ostenditur descripta hec formula. 4

Continue dupli	1	2	4	8	16	32	64
Eorum differentie	1	2	4	8	16	32	
Continue tripli	1	3	9	27	81	243	
Eorū differētie continue triple	2	6	18	54	162		
Continue sesqualteri	8	12	18	27			
Eorū differē. cōtinue sesqͥtere	4	6	9				

In primo exemplo/numerorum continue duplorū differentie sunt continue duple. Vt eni 4 ad 2 et 2 ad 1 seruant duplam proportionem: ita eorum dif
ferētie 2 ad 1. In secūdo exēplo numerorū cōtinue triplorū differētie sūt cōtinue triple. Vt enim 9
ad tria et 3 ad 1 habent triplā habitudinē: ita eorū differentie 6 et 2. In tertio exēplo continue ses
qualterorū differētie sūt cōtinue sesqualtere. Vt eni 18 ad 12 et 12 ad 8 sesqualterā habēt rōnem:
ita 6 ad 4 differētia ad differētiā. Et intelligit̄ hec ꝓprietas de terminis geometrice medietatis cō
iuncte/cōparando tres simul cōtinue ꝓportionales: et deinde duas earū differētias adinuicē. Nā
in eadē medietate disiūcta non habet veritatē. vt 32 ad 16 et 4 ad 2 habēt duplā ꝓportionē: sed
differētia ad differēnā scꝫ 16 ad 2 nō duplā sꝫ octuplā seruat ꝓportionē. Neqꝫ etiā locū haberet ꝓ
prietas si q̄tuor termini cōtinue ꝓportionales disiuncti sumerent̄: et prima ꝓportio et scda nullo
termio cōmunicarēt. vt datis q̄tuor termis 16. 8. 4. 2/primꝰ terminꝰ ad scdm habet duplā ꝓpor=
tionē/sic̄ tertius ad quartū: differētia tñ primi ad scdm cōparata ad differētiā tertii ad q̄rtū scꝫ 8
Quinta ad 2 nō duplā sed q̄druplā habet ꝓportionē. ❡ Quīta ꝓprietas duas habet ptes. Quarū prior in 5
solꝰ duplis habet veritatē/i qbꝰ maior nūerꝰ ad minorē cōparatꝰ habet nūerū minorē suā differētiā
Et nimirū: nā ipsū minorē bis cōtinet/vt ex descriptiōe cōtinue duplorū mō posita cōstat. Nā 16
ad 8 habet 8 suā differētiā. Ita 8 ad 4 differētiā habet 4 miorē nūerū. Et 4 ad 2 habet 2 miorem
nūerū suā differētiā: et ita in aliis. Secūda ps i ceteris speciebꝰ multiplicis habet locū: in qbꝰ maior
ad miorē cōparꝰ habet ꝑ sua differētia multiplicē minoris/vno minꝰ denoiatā q̄ maioris nūeri da=
ti ad minorē sit ꝓportio. vt si maior ad minorē sit triplus: maior habet differētiā duplā mioris. Et
si q̄druplꝰ: habet differētiā triplā ad minorē. Et si quīcuplꝰ: q̄druplā. et ita cōsequēter. Dupla autē
vno minꝰ denoiat̄ q̄ tripla: nā dupla a duobꝰ/et tripla a tribꝰ dicit̄. Sic tripla vno minꝰ est q̄ q̄dru=
pla: et q̄drupla q̄ quīcupla. Huiꝰ exēplū i triplis det̄ huiusmodi. vt 3 est triplꝰ ad vnitatē: differentia
aūt eiꝰ q̄ est 2/ad eā est dupla. Ita 9 nūerꝰ maior est triplꝰ ad 3 minorē. Eius aūt maioris ad dictum
minorē differētia scꝫ 6 est dupla ad minorē. Qđ quidē nō modo in triplis: sed et i q̄druplis et quī=
cuplis sequēs formula ostēdit

Continue tripli	1	3	9	27	81	243
Differē. eorū ad miores dup.	2	6	18	54	162	
Continue quadrupli	1	4	16	64	256	1024
Differētie eorū ad mio. triple	3	12	48	192	768	
Continue quincupli	1	5	25	125	625	3125
Differē. eorū ad miores q̄dru.	4	20	100	500	2500	

In q̄druplorū serie 4 ad vnitatē ē q̄druplꝰ: illiꝰ aūt ad hāc differentia que est 3/ad eā est tripla. Sic 16 maior numerus ad 4 minorē ē quadruplꝰ: sed
12 differētia maioris supra miorē/ad eūdē minorē est tripla. In quincuplorum vero serie 5 ad 1 est
quīcuplꝰ: sed 4 eius differētia ad vnitatē est quadrupla. Ita maior nūerꝰ 25 ad miorē 5 ē quīcuplꝰ:

sed 20 que est maioris ad minorem differentia/ad eundem minorem est quadrupla.

6 ¶ Sexte proprietatis prima pars (que intelligitur de continua medietate geometrica consistente in quotlibet terminis sed imparibus/vt vnus solum sit medi⁹) patet in tribus terminis 8.4.2. Quorum extremi in se ducti producunt 16: quem etiam producit medius in se ductus. In quinq; autẽ terminis vt 32.16.8.4.2. extremi in se ducti producunt 64 cui itidem equalem procreat 8 medius in se ductus: cum octies octo constituant 64. ¶ Secunda pars (que intelligitur de discõtinua medietate geometrica consistente in quotlibet terminis sed paribus: vt duo sint medij) patet in quatuor terminis 32.16.4.2. Quorum extremi 32 et 2 vnus in alterũ ducti constituunt 64: quẽ itidem producunt medij 16 et 4/alter per alterum multiplicati. Etiam habet hec secunda pars vsum in continua medietate geometrica consistente in terminis paribus. Vt sint dati quatuor termini 16.8.4.2. Quorum duo extremi in se ducantur: et producent 32. Deinde duo medij 8 et 4 etiam ducantur vnus in alterum: et producent eundem numerum 32.

Sexta

8 · 4 · 2 — 16

32 · 16 · 4 · 2 — 64

7 ¶ Septima proprietas declaratur supposita hac figura.

Septima

Altera parte lõgiores q̃dratis iterpositi	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
Continue proportionalitatũ species		Dupla		Sesqual.		Sesquiter.		Sesqquar.		Sesqquin	

In hac quidem figura quadratis ab vnitate (ipsa quidem connumerata) continue sumptis: interpositi sunt continua serie altera parte longiores. Qui ad proximos duos (quibus intericiuntur) quadratos comparati/constituunt continue proportionalitatis species: vt i decimaquarta ꝓprietate altera parte longiorum dictum est. Et prima quidem hoc modo sumpta continue proportionalitatũ species est in habitudine dupla (que prima est multipliciũ medietas) scilicet in his terminis 4.2.1. Sequentes autem species fiunt in proportionibus superparticularibus recto ordine sumptis. Vt continua proportionalitas in proportione sesqualtera (que secundo obuenit loco) consistit in his terminis 9.6.4. Et in sesquitertia (que tertio contingit loco) in istis: 16.12.9. et ita de ceteris. Quod septima quoq; altera parte longiorum proprietate euasit manifestum.

8 ¶ Octaua proprietas hanc continet sententiam. Determinatis extremis geometrice medietatis inter quos volumus inuenire medium proportionalem numerum: ducatur vnus extremus in alterum/ex quo ductu producatur tetragonus (Si enim ex ductu vnius extremi dati in alterum producatur non quadratus: non sunt apti huiusce medietatis extremi) Deinde producti tetragoni capiatur latus: illud est medium proportionale quod querebatur. Vt sint dati extremi 2 et 8: quorũ q̃rit᷑ medius ꝓportionalis. Duco 2 in 8 et ꝓuenit 16 q̃drat⁹: cui⁹ lat⁹ 4 est medius proportionalis. Sunt enim hi tres numeri 8 4.2. continue proportionales in habitudine dupla. Ita sint dati extremi 4 et 9 quorum inuestigatur medius proportionalis. Duco 4 in 9/et producitur 36 quadratus: cuius latus 6. est medius proportionalis quesitus. Nam tres numeri 9.6.4. sunt continue proportionales in proportione sesqualtera. Si vero capiantur extremi 4 et 8 qui in se ducti producunt 32 qui non est tetragonus: impossibile est inter illos inuenire medium proportionalẽ geometricum/quia ex vnius per alterum multiplicatione nõ ꝓuenit quadratus: q̃d dictũ est ad huiusmodi medium inuenendũ requiri. Quare non inter quoscunq; extremos inuenitur talis medius.

Octaua

Me di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes

1 Medietas harmonica in maioribus terminis maiorem seruat proportionem.

2 Musice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplũ numero qui fit ex extremo in extremum producit.

3 Musice medietatis determinatis extremis: medius reperitur terminus/si per extremorum coniunctorum numerum: numerus qui ex differentia extremorum in minimum consurgit diuiditur/isq; qui ex diuisione relinquitur accipiatur: atq; minimo extremo aggreget. diciturq; is numerus qui ex diuisione relinquitur: latitudo/latitudinisq; latus.

Contingit ex harmonica medietate: primordium consonantiarum / consonantiasq; musicas omnes elicere. 4

Re li qua rum me di e ta tum pro pri e ta tes.

Si quarte medietatis extremi adinuicem sunt habitudinis duple: quod continetur sub maximo et medio / duplum est ei qui continetur sub medio et minimo. Et omnino que habitudo maximi ad minimũ: ea erit eius quod sub maximo et medio cõtinetur ad id quod continetur sub medio et minimo. et id in omni medietate commune est. 1

Si quinte medietatis medius ad minimum sit duplus: quod cõtinet̃ sub maximo terminorũ et medio: duplum erit ad id quod continet̃ sub extremis. et omnino que habitudo medii ad minimũ: ea erit numeri que fit ex maximo in mediũ et minimũ. et id quoq; omnibus publicũ atq; commune est. 2

Diuus Seuerinus medietatum denariam pythagore plenitudinẽ impleuit: Iordanus auem denario vnitatem adiecit:

Denarius medietatũ Boetij.		Vndenarius medietatũ Iordani.	
prima	1.2.3.	prima	1.2.3.
Secunda	1.2.4.	Secunda	1.2.4.
Tertia	3.4.6.	Tertia	3.4.6.
Quarta	3.5.6.	Quarta	1.4.6.
Quinta	2.4.5.	Quinta	6.9.11.
Sexta	1.4.6.	Sexta	3.4.6.
Septima	6.8.9.	Septima	3.4.7.
Octaua	6.7.9.	Octaua	4.6.7.
Nona	4.6.7.	Nona	3.5.6.
Decima	3.5.8.	Decima	6.7.9.
		Vndecima.	6.8.9.

Prima harmonice medietatis proprietates

¶ Prima proprietas medietatis harmonice his constat exemplis. Horum trium terminorum dicte medietatis 6 / 4 / 3. maiores 6 et 4 habent maiorem proportionem: et minores 4 et 3 minorẽ. Nam dati maiores sesqualteram: minores vero sesquitertiam retinent. Sesqualtera autẽ est maior sesquitertia: cum eius pars (quã vltra totum continet) a minore numero scilicet binario denominetur. Sesquitertie autem pars a maiore denominatur scilicet ternario: vt ex prima superparticularium proprietate liquet. Huius quoq; proprietatis exemplũ in his tribus terminis. 6.3.2. liquido conspicitur. nã maiores termini 6 et 3 habent duplã proportionẽ / minores vero 3 et 2 sesqualteram. modo dupla est maior sesqualtera: cũ ois multiplex qualibet superparticulari sit maior. 1

Secunda

¶ Secunda proprietas ostenditur propositis tribus harmonice medietatis terminis: 6. 4.3. Quorum extremi simul iuncti constituunt 9. in quem ducatur medius terminus 4: et producetur 36. Deinde ducatur extremus terminus 6 in alterũ extremũ 3: et fit 18. Modo 36 qui fit ex ductu medij in extremos simul iunctos / est duplus ad 18 qui fit ex ductu extremi in extremum. Sic datis eiusdem medietatis aliis terminis. 6. 3.2. quorum quidem extremi 6 et 2 simul iuncti componunt 8 in quem ducatur medius 3: et producitur 24. Deinde ducatur extremus vnus in alterum et procreatur 12. Clarum est 24 productum ex ductu medij in collectas extremitates: esse duplum ad 12 productũ ex ductu extremi in extremũ. Quod in aliis quoq; cõsimiliter euenire conspicietur. 2

¶ Tertia proprietas hanc requirit intelligentiā. Determinatis musice medietatis extremis si vo- Tertia
3 lumus mediū inuenire terminū: primo ducat̄ differētia extremorū in minorē extremorū. Deinde
numerus qui producitur ex huiusmodi ductu: diuidatur per numerū cōpositū ex extremis simul
iunctis. Postea sumatur numerus ex huiusmodi diuisione relictus/et denominans quotiens diui-
dēs est in diuiso (qui hic latitudo seu latitudinis latus nūcupatur) addaturq̃ minori extremo. Nu-
merus ex addito et minore extremo cōpositus: est medius inter datos extremos. Vt sint determi-
nati in hac medietate extremi 6 et 3 quorum inuestigandus est medius. Duco differētiam datorū
extremorū que est 3 in minorem extremū 3: et prouenit 9. Quē diuido per numerū ex simul iūctis
extremis consurgentem qui etiā est 9/et relinquitur ex diuisione vnitas: nam 9 semel tm̄ inuenit̄
in 9. Itaq̃ vnitatem coniungo minori datorum extremorū sc3 3: et componitur 4/qui est medius
inter datos extremos. Estq̃ in his tribus terminis 6 4 3 medietas harmonica per diffinitionem.
Similiter sint dati eiusdem medietatis extremi 6 et 2 quorum perquiritur medius. Duco datorū
extremorū differentiā que est 4/in minorē extremū 2: et prouenit 8. Quem diuido per numerum
ex simul vnitis extremis compositum: qui etiam est 8 (nam 6 et 2 simul iuncti redduot 8) et relin-
quitur ex diuisione sola vnitas: cum 8 dumtaxat semel in 8 reperiatur. Deinde vnitatē (qui nume-
rus est facte diuisionis) adiungo minori propositorum extremorum sc3 2: et constituitur 3/qui est
medius inter datos extremos. Est enim in his tribus terminis 6.3.2. medietas harmonica: cum si-
cut se habet maximus ad minimum/ita differentia maiorum ad differentiam minorom sc3 3 ad 1.
4 Nam vtraq̃ proportio est tripla. ¶ Pro quarta proprietate prenotare operepreciū est primordiū Quarta
consonantiarum appellari tonum: qui diffinitur esse consonantie pricipium/ex soni ad sonum ses-
quioctaua proportione proueniēs: qualis est 9 ad 8/que greco nomine Epogdoa dicitur. Cōsonā-
tie autē musice sunt quinq̃: Diatessaron/diapente/diapason/Diapason diapente/et bis diapason.
Diatessaron est consonantia que ex sesquitertia proportione nascitur: qualis est 4 ad 3 que et pro
portio Epitrita dicitur. Diapente est consonātia que ex sesqualtera propottione vt trium ad duo
gignitur. Et hecquoq̃ greco nomine proportio Hemiolia dicitur. Diapason est qui ex dupla pro
portione vt duorum ad vnum nascitur cōcentus. ¶ Diapason diapente est symphonia que ex tri
pla proportione vt trium ad vnū procreatur. et id nominis sortitur: q̄ ex dupla proportione que
sonat diapason et ex sesqualtera que sonat diapente/sit cōposita. Nempe tripla proportio ex du-
pla et sesqualtera constituitur. Deniq̃ bis diapason est consonantia que ex quadrupla proportio-
ne vt quatuor ad vnum enascitur. haud ab re sic dicta: q̄ ex duobus diapason coalescat et compo
natur. Nam quadrupla proportio ex duabus duplis aggregatur. Preterea prenoscendum est q̄
maxima harmonia dicitur: quando quatuor terminorum in geometrica medietate cōstitutorum:
inter maximum/vnum mediorum et minimū medietas arithmetica cōtinetur/et rursum inter ma
ximum terminorum/alterum mediorum et minimum continetur medietas harmonica. Vt hi qua
tuor termini 12/8/9/6/sunt ordinati in geometrica medietate: quia primi ad secundum et tertij
ad quartum est eadem habitudo sc3 sesqualtera. Et inter extremos et vnum mediorum sc3 9 con
tinetur arithmetica medietas: nam horum trium 12.9.6. differentie sunt equales/cū ternarius sit
primi ad secundū differentia et secundi ad tertium. Inter eosdem extremos et alterum mediorum
est medietas harmonica. Nam trium terminorum 12.8.6. que habitudo maximi ad minimum: ea
est differentie maiorum que est 4/ad differentiā minorum. 2. Vtraq̃ enim dupla. Ex hac itaq̃ ma-
xima harmonia et differentijs terminorum harmonice medietatis: primordium cōsonantiarum
et musice cōsonantie omnes hoc modo sumuntur. Nam 9 ad 8 vnus medius ad alterum cum ses-
quioctauam habeat rationem: tonum constituit/per diffinitionem. Preterea 8 ad 6 minus mediū
ad minus extremum et 12 ad 9 maius extremum ad maius medium cum sesquitertiam seruet ha
bitudinem: constituit consonantiam diatessaron per diffinitionem. Deinde 12 ad 8 maius extre-
mum ad minus medium/similiter 9 ad 6 maius extremum ad minus medium cū sit sesqualterū:
reddit consonantiam diapente. Postea 12 ad 6 maius extremum ad minus seruat doplicem habi-
tudinem: hinc per diffinitionem efficit cōsonantiam diapason. Deinde 12 ad 4 maius extremum
ad differentiam maiorum terminorum harmonice medietatis rationem seruat triplam: quare per
diffinitionem reddit consonantiam diapason diapente. Demum 8 ad 2 minus medium ad diffe-
rentiam minorum terminorum harmonice medietatis quadruplam seruat habitudinem: igitur
per diffinitionem componit consonantium bis diapason. Manifestum est igitur ex harmonica me
dietate primordium consonantiarum et harmonicas consonantias omnes esse sumptas: vt et hec
figura ostendit.

Terminī maxime harmonie.	12	9	8	6
Differētie terminorū harmonice medietatis.		4	2	

Proportiones numerorū.	Exempla		Consonantie.
Sesquioctaua.	9	8	Ton⁹ primordiū cōso.
Sesquitertia.	8	6	Diatessaron.
Sesqualtera.	12	8	Diapente.
Dupla.	12	6	Diapason.
Tripla.	12	4	Diapason diapente.
Quadrupla.	8	2	Bis diapason.

Boetius.

¶ Preter litteram diuus Seuerinus Boetius quinquagesimo capite secundi sue arithmetices vnā ponit proprietatem tribus dictis medietatibus cōmunem et sane notatu dignam. q; datis duob⁹ numeris extremis diuersi dantur medij: quorum vnus ad extremos eosdem geometricam, alius arithmeticam, tertius vero harmonicam seruabit medietatem. Perinde (inquit) atq; in fistula extremis foraminibus manētibus medium foramen permutātes musici, atq; aliud aperientes aliud occludentes digitis: diuersos edunt sonos. Aut duabus extremis chordis altrinsecus in cythara extensis: medie chorde sonum musicus vel extendendo acutū reddit vel laxando et remittēdo grauem. Ita nūc vno extremis numeris inserto medio; nunc eo remoto et alio substituto: diuerse fiūt medietates. Cuius in extremis numeris paribus hoc sumatur exēplū. Sint dati extremi 10 et 40: quibus si comparetur medius 25: fit arithmetica medietas in his terminis 40/25/10. Nā que differentia primi ad secūdum: eadem est secundi ad tertium / sc; 15. Deinde eo sublato medio ipsis insera- tur alter medius sc; 20. Hic cum extremis geometricam cōstituit medietatem. Nam que proportio 40 ad 20 / primi ad secundum: eadem est 20 ad 10 secūdi ad tertium sc; dupla. Tertio, hoc quoq; medio remoto iisdem extremis interponatur alius sc; 16. Is cum extremis musicam componit medietatem. Nam que habitudo extremi 40 ad extremum 10; eadem est differentie maiorum 40 et 16 (que est 24) ad differentias minorum 16 et 10 que est 6. Nam vtraq; est quadrupla. Idem in numeris imparibus conspicitur. Sint constituti extremi 5 et 45 / quibus interponatur medius 25: ad eos arithmeticam seruat proportionalitatem. nam primi ad secūdum sc; 45 ad 25 / et secundi ad tertium sc; 25 ad 5 eadem est differentia: que est 20. Deinde dimoto priore medio cōstituatur alius medius 15: qui ad extremos collatus geometricā seruat medietatē. Nempe que proportio primi ad secundum 45 ad 15; eadem est secundi ad tertium 15 ad 5 / cum vtraq; sit tripla. Deniq; et eo ablato medio surrogetur alius sc; 9. Is quoq; ad eosdem comparatus extremos medietatem seruat harmonicam. Nam que habitudo maximi ad minimum sc; 45 ad 5: ea est differētie maiorum 45 et 9 (que est 36) ad differentiam minorum 9.5. vtpote 4. Nam vtraq; est noncupla. vt hec figura monstrat.

Medietates	Extrem⁹ maior.	Medi⁹	Extrem⁹ minor.	Differentie et habitudines.
Arithmetica	40	25	10	Differentia: 15.
Geometrica	40	20	10	Proportio dupla.
Harmonica	40	16	10	Proportio q̄drupla. Differe. 24. 6
Arithmetica	45	25	5	Differentia: 20
Geometrica	45	15	5	Habitudo tripla
Harmonica	45	9	5	Proportio nōcupla. Differe. 36. 4

Prima reliquarum medietatū proprietas.

¶ Prime proprietatis reliquarum medietatum exemplum. vt istorum quarte medietatis terminorū 6/5/3 / extremi 6 et 3 sunt habitudinis duple. Et maximus in medium ductus sc; 6 in 5: producit 30. Medius autem 5 ductus in minimum 3; producit 15. Clarum autem est 30 esse duplū ad 15. Idem constat datis quarte medietatis terminis in habitudine tripla 6/5/2. quorum extremi 6 et 2 habent proportionem triplam: et eandem / differentia minorum ad differentiam maiorum sc; 3 ad vnitatem seruat. Horum maximus in medium ductus sc; 6 in 5: producit 30. Medius vero in minimum ductus sc; 5 in 2 / gignit 10: ad quem 30 est triplus. Quinimo i omi medietate / et (quod maius est) in tribus quibuslibet numeris q̄uis etiam nullam medietatum constituāt / id euenire cōspicitur vt que sit habitudo maximi ad minimum: ea est producti ex maximo in medium ad productū ex medio i minimum. qm̄ si idem numerus duos multiplicat: multiplicatorum et productorum eadem est proportio. Medius autem cuiuslibet medietatum in tribus terminis assignatorum /

extremos maximum et minimum multiplicat:igitur maximi et minimi multiplicatorum/et productorum ex ductu eorum in medium eadem est proportio.vt sequens ostendit figura.

Medietates.	Earũ exẽpla	Producti ex max.i medi.	Ex medio i mi.	Productorũ ꝓportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	8	Tripla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	8	Quadrupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	12	Dupla.
Quarta.	6. 5. 3.	30.	15	Dupla.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	8.	Dupla sesqualtera.
Sexta.	12. 8. 2.	96.	16.	Sescupla.
Septima.	9. 8. 6.	72.	48.	Sesqualtera.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	42.	Sesqualtera.
Nona.	7. 6. 4.	42.	24	Suptripartiẽs quartas.
Decima.	8. 5. 3.	40.	15	Dupla/supbiptiẽs ternas.

Secunda.

2 ❡ Secunde proprietatis reliquarum medietatum exemplum.vt quinte medietatis termini sunt 5/4/2/quorum medius ad minimum scʒ 4 ad 2 est duplus. Ex ductu autem maximi in medium scʒ 5 in 4 fit 20.et ex ductu maximi in minimum scʒ 5 in 2 fit 10:ad quẽ 20 est duplus. Quod igit͛ fit ex ductu maximi in medium est duplum ad id quod fit ex ductu maximi in minimũ:ꝙ medius ad minimum sit duplus. Et idem fiet quarumcũqʒ habitudinum sint quinte medietatis terminorũ medius ad minimum Immo in qualibet decem medietatum et (quod amplius est) in tribus quibuslibet numeris etiam nullam seruantibus medietatem: que habitudo medij ad minimum/eadẽ erit producti ex maximo in medium ad productum ex maximo in minimum:ꝙ idem numerus scʒ maximus alios duos multiplicet.

Medietates.	Earũ exẽpla	Produc.ex max.i mediũ.	Ex maxio.i mi.	Productorũ ꝓportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	12.	Dupla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	16.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	18.	Sesquitertia
Quarta.	6. 5. 3.	30.	18.	Superbipartiẽs ternas.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	10.	Dupla.
Sexta.	12. 8. 2.	96.	24.	Quadrupla.
Septima.	9. 8. 6.	72.	54	Sesquitertia.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	54.	Sescupla.
Nona.	7. 6. 4	42.	28.	Sesqualtera.
Decima.	8. 5. 3.	40.	24.	Supbipartiens ternas.

❡ Et sicut in harum proprietatum prima comparatus est maximus ad minimum:et vterqʒ multiplicatus per medium. Et in secũda medius ad minimum/et vterqʒ multiplicatus per maximum: ita potest poni proprietas in qua cõparetur maximus ad mediũ/et vterqʒ multiplicetur per minimum:hoc modo. In qualibet medietate que habitudo maximi ad medium:eadem erit eius quod fit ex ductu maximi in minimum ad productũ ex ductu medij in minimum. vt in arithmetica medietate horum trium terminorum 6.4.2.maximus ad medium est sesqualter. Et ex ductu maximi in minimum producitur 12. Ex medio vero in minimum ducto procreatur 8:ad quem 12 etiã est sesqualter. Quod et in alijs hac figura ostenditur.

Medietates.	Earũ exẽpla.	Ex maximo in minimũ.	Ex medio i mi.	Productorũ ꝓportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	12.	8.	Sesqualtera.
Geometrica.	8. 4. 2.	16.	8.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	18.	12.	Sesqualtera.
Quarta.	6. 5. 3.	18.	15.	Sesquiquinta.
Quinta.	5. 4. 2.	10.	8.	Sesquiquarta.
Sexta.	12. 8. 2.	24.	16.	Sesqualtera.
Septima.	9. 8. 6.	54.	48.	Sesquioctaua.
Octaua.	9. 7. 6.	54.	42.	Supbipartiẽs septimas.
Nona.	7. 6. 4.	28.	24.	Sesquisexta.
Decima.	8. 5. 3.	24.	15.	Suptripartiẽs quintas.

Boetius. ¶ Diuus Seuérinus Boetius decem posuit medietates ante proprietatum assignationem diffinitas: ea potissimum ratione motus vt medietatum quantitatem equaret plenitudini numerorum a Pythagora designate: que denario consummatur. Posuit enim Pythagoras numeros simplices vsq; denarium porrigi: supra quem reliquos ex numerorum precedetium aggregatione progigni asseruit. Iordanus autem in pricipio decimi sue arithmetices vndecim medietates assignat sc3 decem a diuo Seuerino Boetio positas licet alio ordine: et aliam insuper preter illas. quam describit esse medietatem/in qua quemadmodum maximus ad medium se habet: ita differentia extremorum ad differentias maiorum ·vt 6/4/3. In quibus vt maximus ad medium sesqualter est: ita 3 differentia extremorum/ad 2 differentiam maiorum etiam est sesqualtera. Neq; obstat in iisdem terminis alia ratione esse medietatem harmonicam. Et hanc Iordanus ordine sextam collocat. Sequens autem figura ostendit: quem apud diuum Seuerinum ordinem quelibet cōtinua serie dispositarū Iordani medietatum sortitur.

Vndeci Iordani medie.	Earum exempla.	Decē Boetij dictis respōdētes.	Earum exempla.
Prima.	6. 4. 2.	Prima.	6. 4. 2.
Secunda.	8. 4. 2.	Secunda.	8. 4. 2.
Tertia.	6. 4. 3.	Tertia.	6. 4. 3.
Quarta.	6. 4. 1.	Sexta.	6. 4. 1.
Quinta.	5. 4. 2.	Quinta	5. 4. 2.
Sexta.	6. 4. 3.	nō ponit a Boetio.	0 0 0
Septima.	8. 5. 3.	Decima.	8. 5. 3.
Octaua.	7. 6. 4.	Nona.	7. 6. 4.
Nona.	5. 5. 3.	Quarta.	6. 5. 3.
Decima.	9. 7. 6.	Octaua.	9. 7. 6.
Vndecima.	9. 8. 6.	Septima.	9. 8. 6.

Boetius.

Hec figura signat q; medietates Iordani et Boetij eiusdem limitis a sinistro in dextrum directi: habent eandem rationem et diffinitionem sicut et eadem exempla. Vt que est quarta apud Iordanū: est sexta apud boetium Et que a Iordano ponitur septima: ordinatur a Boetio decima: et ita de ceteris. Quod diffinitiones intuenti erit apprime notum.

¶ Sequens formula (que indicis vicē/locūq; obtinet) ostendit quo libro et capite vnaqueq; proprietatum prius positarum reperiatur apud diuū Seuerinum Boetiū in sua Arithmetica. prior enī numerus/caput indicat: secundus/librum. Ostendit preterea qua propositione et libro eedē propositiones demonstrentur apud Iordanum in suis elementis Arithmeticis. Nempe prior numerꝰ propositionē signat/secūdus librum. Vbi vero occurrit proprietas nullos habens in suo limite a sinistro in dextrum porrecto numeros respondentes Boetio aut Iordano: id indicium
est huiusmodi proprietatem aut non reperiri apud Boetium si eius ca
ruerit numeris: aut non demonstrari apud Iordanū si in
loco propositionum aut librorum eius nul
lū habuerit notatū numerū/
numeriue fi-
gurā.

Formula proprietatũ ex Boetio reperiendarũ, atq; ex Iordano demonſtrandarum.

¶Dí uus Se ue rí nus	Bo e	tí us	¶Ior da	nus.
Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propoſitio.	Liber.
Numerus.				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
Numerus par.				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	46	2	10	7
4	46	2	12	7
Numerus impar.				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3			10	7
Numerus pariter par.				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	27
Numerus pariter impar.				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
Numerus impariter par.				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
Numerus perfectus.				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
Numerus diminutus et abũdãs.				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
Numerus primus et cõpoſitus.				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
4	17	1	25	7

¶Di uus Se ue ri nus Bo e ti us ¶Ior da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
Numerus ad alterum primus.				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3
Equalitas/inequalitas.				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9
Multiplex.				
1	26.27.	1	38.70	9
2	23	1	37	9
3	23	1	52	9
Species multiplicis.				
1	23	1	38	9
2	23	1	38	9
3	23	1	38	9
Superparticularis.				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
Species superparticularis.				
1	24	1	38	9
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
Superpartiens				
1	28	1	32	9
2	28	1	42	9
Species superpartientis.				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
Multiplex superparticularis.				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
Multiplices superpartientes.				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
Numerus planus.				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
Numerus solidus.				
1	21	2	0	0
Species numeri plani.				
1	9	2	1	8

Diuus Seuerinus Boetius Iordanus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
2	27	1	38	9
3	12	2	26	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6
7	46	2	14	6
8	46	2	1425	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8
14	18	2	21	8
15	16	2	22	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	26	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	38	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	32	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.1.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	28	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0

¶Di uus Se ue ti nus Bo e ti us ¶Ior da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10
Medietas geometrica.				
1	43	2	0	0
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	38	9
Medietas musica.				
1	45	2	34	10
2	47	2	37	10
3	50	2	40	10
4 ex musica.	48	2	32	3
Quarta medietas.				
1	51	2	7	2
Quinta medietas.				
1	51	2	7	2

Epitomes/succincteq; introductionis in libros arithmeticos diui Se=
uerini Boetij/necnon et commentarij familiaris illi adiecti(qui
relicto demonstrationum pondere/litterã ipsam exempla
ri declaratione patefacit:et figuralium descriptionũ
subiectione eã quoquo pacto reddit apertiorẽ:
pretermisso(vt aiũt)propter quid est/dũ=
taxat quia est pro more introductionũ
ostendẽs)finis. Cuius ope(ni fal=
lor)adiutus/si ad lectitãdos di
ui Seuerini libros Arith=
meticos se traduxerit:
eos inueniet lõge
q̃ prius fuerãt
itellectui
magis
pui
os

Iudocus Clichtoueus Neoportuensis philippo preposito in philosophie studio commilitoni.

c Ogitãti michi charissime philippe quidnã ad Arithmeticen capessendã teneriusculos adolescentũ animos cõmodius prouehere posset: in mentẽ venit huic rei nõ parũ (mea quidẽ sentẽtia) cõsultũ iri: si praxis numerandi (quẽ Abacũ dicũt) breuiusculis p̄ceptionibus vtcunq; aperiretur: quo ea numerorũ speculationẽ aggredi volẽtibus sit admodũ accõmoda. Atvero nonnullis res ipsa nimiũ humilis videri fortasse poterit: minusq; digna q̃ vt regulis constringatur more eorũ que doctrinalia sunt. Nempe cõtendẽt Arithmeticã numerũ Theoricũ considerare: neq; circa mercatoriam (vt recte monuit plato) supputationẽ versari. Id sane non imus inficias: remq; ipsam plane tenuẽ fatemur et que scriptorũ opem non requirat. Verũ quod rei non permittit exilitas: id summopere expostulat ipsius Abaci cognoscendi necessitas: et quidẽ tãta: vt eius presidio destituti ĩ totius Arithmetices lectione cecutiãt necesse est. perinde atq; grãmatica sine elementorũ litterariorũ (que rudes adolescentuli alphabeto discunt) cognitiõe haberi neutiq̃ potest. Est eñi numerorũ praxis vt Arithmetices Alphabetũ. Quã ob causam quod dignitati detrahitur: id necessitati cõcedendũ est: que tandẽ me eo perpulit vt nõ superuacuũ arbitratus fuerim de arte numerãdi quicq̃ succincte cõtexere. Quod emissiõi paratũ idcirco tibi mi philippe nũcupandum statui: q: ad id faciundũ primus hortator accesseris: expetiuerisq; magnopere nonnulla de vtraq; supputãdi ratiõe tum calculis numeralibus tũ notis Arithmeticis exercẽda a nobis colligi. Qua in re vt tibi morẽ gereremus efflagitauit antiqua illa animi beniuolentia que nos ob cõmune philosophie studiũ iãpridẽ deuixit. Subnectitur ĩ calce libellus (quẽ vulgo Algorismũ dicũt) de numeratiõis generibus nõ inscite (nescio quo auctore) cõpositus: et ob subiecte materie affinitatẽ ceteris adiectus. Vtrũq; tamẽ lecturos opusculũ premonitos velim nichil eã lectionẽ fructus allaturã: nisi assidua exercitatione iuuetur: imo exercitationẽ ipsam preceptis oĩbus esse potiorẽ. Nã nichil eque obliuiõe intercidit vbi desit operis assiduitas. Meminerintq; frequẽter eius sentẽtie quã preclare Iulius Cesar vsurpare solitus est: oĩm rerũ magistrũ esse vsũ. qui tandẽ efficiet vt vtriusq; apendicis adminiculo ad Arithmeticen reddãtur dispositiores. Vale.

Iudoci Clichtouei Neoportuensis de praxi numerandi compendiũ.

- Supputatio
  - Calcularis
  - Figuralis
- Calcularis
  - Numeratio
  - Additio
  - Substractio
  - Multiplicatio
  - Diuisio.
- Figuralis
  - Numeratio
  - Additio
  - Substractio
  - Dimidiatio
  - Multiplicatio
  - Duplatio
  - progressio
  - Diuisio

Vpputatio est numeri et proprietatum eius/ad opus accommoda
ta/sensibilisq; exercitatio.

Et fit calculis: cum dispositis quotlibet limitibus/ numeri nummis
(quos denarios supputatorios vocant) explicantut.
Scripto vero: cum notis/figurisq; arithmeticis significantur.
Numeratio calcularis est cuiusq; numeri suo loco et limite apta per calculos
dispositio.

Numerationis regule.

Dispositis per ordinem et intercepto quodam interuallo calculis: primus ad 1
leuam vnitatem designat/secũdus 10/tertius 100/et quartus 1000. Et ita cõ
sequenter sequens ad proxime precedentem decuplam seruat proportio=
nem: quantumlibet progrediendo.

Calculus medio spacio positus/quincuplum designat numerum ad inferiorẽ 2
proximeq; precedẽtem: et dimidiũ ad superiorẽ/ proximeq; sequẽtẽ calculũ.

Vt iter primũ et secũdũ calculũ collocat⁹/signat quinariũ: qui quicupl⁹ est ad vnitatẽ et dimidius ad
10/inter scdm et tertiũ collocat⁹ significat 50. Inter tertiũ et quartũ 500. Inter q̃rtũ et quĩtũ 5000

Si numerus explanandus est infra quinariũ: primo loco tot calculis quot ha= 3
bet vnitates explicet̃: vt singuli calculi/singulas notẽt vnitates. Si quinari=
us: vno calculo ĩ medio primi et scdi limitis posito. Si vero supra quinariũ
et infra denariũ: quinarius per calculũ in medio/et relique vnitates per cal
culos primo loco positos notentur.

Semel 10 vnico denario scdo limite posito designãdus est: semel 100/tertio: se 4
mel 1000/ quarto. et ita cõsequẽter. At cũ pluries 10 designãda sũt: scdo lo
co tot ponãt̃ calculi/quot sũt vnitates ĩ numero ĩfra decẽ/ numerũ ponẽdũ
designãte Et si pluries 100: id fiat ĩ tertio limite Si 1000: ĩ q̃rto/et ita deinceps

Vt 20 denoiant̃ a duob⁹/et explicat̃ duob⁹ calcul' ĩ scdo limite positis: q̃a tot sũt vnitates ĩ binario
Sic 30 explicat̃ trib⁹ scdo dispositis limite calcul': quia denoiat̃ a ternario ĩ quo sũt tres vnitates Et
300 trib⁹ tertio loco collocatis calcul': quia a ternario tres cõtinẽte vnitates dicit̃. Et 4000: quatu
or in quarto limite sitis notat̃ calculis/ q̃a quaternario quatuor vnitates habente denominetur.

Oĩs numetus maior a minore denoĩatus: eodẽ mõ/loco suo ponẽdus est quo 5
denoĩans in suo. Quo fit vt qui ab vnitate ad denarium interpositos nume
ros (qui maiorum omnium denominantes sunt) calculis significare cogno=
uerit: omnem numerum quantũcũq; magnum sciet explicare.

A binario denoiant̃: 20. 200. 2000 et cõsil'es. A ternario: 30. 300. 3000. A quaternario: 40. 400.
4000. A q̃nario: 50. 500. 5000. A senario 60. 600. 6000 A septenario: 70. Ab octonario: 80. et a
nouenario 90: qd' vel solo noie cõstat. Ergo 50 in scdo loco eo mõ ponẽdus est: quo 5 ĩ primo. Et
60 ĩ scdo: vt 6 ĩ primo. Ita 700 ĩ tertio loco: sicut 7 in primo. Et 8000 in quarto: sicut 8 in primo.

Cum datus fuerit numerus pluriũ limitũ denoĩationẽ sortitus: primũ maxi= 6
mus illorũ et qui primo noiatur/in suo ad dextrã limite explicetur: deinde
proxime sequẽs in suo/et ita consequenter quousq; ad minimũ postremũ=
q; deuentum fuerit/suo itidem loco ad sinistram collocandum.

Operepreciũ est numeros eo explicari ordine quo nominantur: vt qui primo nominatur/primo
ponatur: q̃uis et conuerso possent ordine pro arbitrio collocari. Atqui vbi plures simul noiantur:
noiatio incipit a maximo et paulati tẽdit ad minimũ: quare eodẽ modo faciẽda est eorũ per calcu
los designatio. Vt siq̃s velit explicare 6356: primũ quarto loco ponat 6000/deide tertio loco 300
Postea secundo loco: 50. Et deniq; primo ad sinistram loco: 6. Et 432 explicando primum tertio

loco 400 collocanda sunt: deinde secundo loco 30. Et demum primo loco binari⁹. Et qui 79 collocare voluerit: imprimis 70 secundo dispooat loco / et deinde 9 in primo.

7 Officium huiusce speciei est quemcūq; numerum propositum / nominatūq; per calculos exprimere. Et positum quemlibet numerum: quātus sit / prōpte diffinire / interrogātiq; respondere.

Numerationis exercitationem habere volens / primo studeat quemlibet numerum voce prolatū et ab altero assignatum calculis explicare. Secundo designatum quemcunq; numerū et a perito numerandi calculis coram dispositum: quis sit determinare. Nam in vtroq; frequens exercitatio: vsum facilem oumeros ponendi et oumerorum limites / significantiasq; eorū cognoscēdi p̄stabit.

De additione.

Additio est multorum numerorum sigillatim sumptorum in vnam summam collectio

Additionis regule.

1 pro additione faciunda requirunt̄ primo multi particulares numeri sibi inuicem addendi: et certo ordine dandi. Secūdo numerus totalis ex additione resultans / et ex omnibus simul collectis compositus.

Particulares numeri ex hypothesi sunt dandi et supponendi. vt 14.26.8.39.67. Totalis aūt numerus iouestigandus est et querendus per additiooem. Vt ex predictis partialibus cōsurgens est: 154. Et is totus omnibus partialibus simul sūptis equatur. Nam partes simul equaot̄ suo toti.

2 Cum additio non sit nisi sepius repetita numeratio: datorum partialium numerorum vnusquisq; secundum dationis ordinem suo limite ponēdus est / acsi per se poneretur: prioribus quidem suo loco dimissis cum ponunt̄ posteriores: quoad omnes explicati fuerint. Deinde prospiciendum quis ex omnibus totus numerus constat: et is summa additiōis est / quam omnes simul sumpti componunt.

Vt sint dati numeri 12.17.25.7.39.46. simul colligendi. Primo per numerationē exprimetur 12. Quo manente deinde ponet̄ 17. Tertio 25. Quarto 7 prioribus adiiciet̄. Quinto 39: et sexto 46 predictis omoibus addetur. Ex quibus percipietur consurgere totus numerus: 146.

3 Cum in vno limite quinq; locantur calculi: illorum sublatorum loco / vnus in proxime superioris spacij medio collocandus est. qui ad inferiorem limitē (q̄ eius quinarium significet) spectare putetur. Q; si illo manente medio: in eodem inferiori limite adhuc quinq; ponātur calculi: illis cum medio ablatis / ipsorum loco vnus in proxime sequente limite ponendus est.

Sane sic facto opus est: quo confusio que ex multitudine pari solet vitetur / et sufficiens calculorū copia ad futuram supputationem habeatur.

4 Officium additionis est ostendere quis totus numerus ex multis propositis constituatur.

De substractione.

Substractio est numeri minoris a maiori subductio. Et additioni ex opposito respondet.

Regule

1 In substractione tres numeri requirūtur. primo / totalis a quo fit substractio ex hypothesi dandus. Secundo numerus minor et partialis / substrahendus a totali et etiā ex hypothesi dandus. Tertio numerus residuus / quiq; facta substractione minoris a maiore superest: et hic querendus est.

Vt si a 67 substrahi petatur 25 / et facta substractiōe cognoscatur superesse 42: numerus 67 est to

talis a quo fit substractio. Et 25 est numerus minor substractus: quotũ vterq; per positum datus est. Sed 42 est numerus residuus/cõpleta substractiõe superare cognitus et inuentus.

Proposito numero vno toto et altero partiali: auferatur datus partialis a toto 2
cõsimili quo additus est modo/vtpote quisq; numerorum a suo limite. Et
quod completa substractione remanet: est numerus residuus quesitus.
Et ita de pluribus partibus sigillatim auferendis factitandũ est.

Sit datus numerus 48/a quo petatur substrahi 17. Auferendus est a secundo limite denarius et a primo septenatius. Et inuenietur residuus 31. Sic a numero proposito 89 petatur primo remoueri 15/deinde 23. Primum a secundo limite vnus remoueatur denarius: et a primo quinarius. Rursum a secundo remoueat̃ 20: et a primo 3: et supesse cõperiet̃ 51. Ita de tribus quatuor aut quinq; partibus.

Cũ a toto numero non cõmode potest substrahi datus partialis in eo quo ex 3
plicatus est calculorum situ: resoluendus est calculus in medio positus in
quinq; vnitates inferiore limite explicatas/aut calculus in limite denarii cẽ
tenarij aut millenarij positus: in decem vnitates/quatum quinq; per me=
dio spacio locatum calculum: et reliqui per quinq; calculos inferiore limi=
te positos denotentur.

Vt si a 100 remoueri debeat 37: debet primo calculus centenarium designans et tertio posit⁹ loco resolui in calculum secũdo et tertio limiti interiectum et designantem 50: et in quinq; calculos secundo limite positos quorum quilibet notat 10. Rursum vnus calculorum secundo limite positorũ redigẽdus est in vnũ primo et secundo limiti interiectum et designantem/5: et quinq; primo limite positos/totidem vnitates significantes. Et aptatis hoc modo calculis tum demum facienda est substractio et supererit 63. Faciẽdaq; est hec resolutio anteq̃ inchoetur substractio: et tamdiu quoad recte fuerint dispositi calculi ad substrahendum propositum.

Ad cognoscendum vtrum substractio sit rite facta: addatur numerus sub= 4
stractus numero residuo. Et si totus ex illis constãs equat̃ numero toti pri
mo dato: recte facta est substractio. Sin minus: non recte.

Sit datus totus numerus 35/a quo substracto 15 assignetur residuus 20: ad cognoscẽdum vtrum apta fuerit substractio/addo numerũ substractum 15 ad numerum residuum 20/ et consurgit 35 numerus primo datus. quare conueniens fuit substractio. Q si dicta substractione completa: dicatur residuus esse 18: addo 15 substractum ad 18 residuum/ et fit 33 qui nõ est equalis numero toti 35 primo dato: non ergo conueniens fuit substractio. Et regule ratio est/nam numerus substractus est differentia numeri totalis dati supra residuum: hoc est id quo numerus totalis superat residuum. Modo si numerus numerum superat: differentia maioris supra minorem/minori addita: duo numeri fiunt equales. Contra etiam numerus residuus est differentia totius supra substractũ. Nam si datus numerus est differentia maioris supra minorem: ediuerso minor numerus est differentia maioris supra numerum datum. Et eiusdem numeri due partes sunt mutue differentie totius supra alteram partem. Vt sicut 20 est differentia ipsius 35 supra 15: ita 15 est differentia ipsius 35 supra 20. Et in aliis quibuslibet numeris idem deprehendetur.

Additio itidem per substractionem probatur: substrahendo a totali summa 5
sigillatim omnes numeros additos per ordinem. Et consummata hac de=
tractione si nichil maneat residuũ: recte fuerat additio facta. Si vero quicq̃
supersit: non fuit conueniens facta additio.

Vt addantur simul numeri 12.13.14.15. ex quibus componitur 54. Ad cognoscendum vtrũ an recta fuerit additio/et summam dictam conficiens: substraho a 54 primo 12/deinde a residuo: 13 postea 14/et vltimo 15. Et quia eo facto nichil superest: conueniens fuerat additio. At si dicti numeri simul iuncti dicerentur componere 56/et ipsis singulatim detractis inueniretur superesse binarius: non recta fuit additio. Et idem contingeret si non possent sigillatim omnes a toto numero substrahi.

6 Vſus ſubſtractionis eſt: ablata parte a toto/reſiduam totius partem cognoſcere.

Vt a toto numero 45 ablata parte 18 per ſubſtractionem/cognoſcitur reſidua eius pars eſſe 27. Quod et ſuperiora exempla oſtendunt.

¶ De multiplicatione.

Multiplicatio eſt ex vnius numeri in alterum ductu: totius numeri ꝓductio.

Regule.

1 In multiplicatione tres numeri requiruutur. primo numerus multiplicādus/dandus ex hypotheſi. Secundo multiplicans/etiam ex hypotheſi aſſignandus. Tertio numerus productus/et hic per multiplicationem eſt inueſtigandus.

Numerus multiplicandus ſiue multiplicatus eſt qui multiplicatur: et nominaliter exprimitur. Numerus multiplicans eſt per quem alter multiplicatur: et per aduerbium explicatur. Numerus productus eſt totus qui procreatur ex ductu multiplicantis in multiplicatū. vt quater 16 producunt 64/ibi 4 eſt numerus multiplicans/16 multiplicatus/et 64 productus. Facilior autem eſt multiplicatio cum numerus minor ſumitur pro multiplicante et maior pro multiplicato: q̄ vbi contra fit, vt leuius multiplicatur 48 per 4 q̄ contra quatuor per 48: q̄uis in vtraq; multiplicatiōe idem numerus proueniat ſcilicet 192. Si enim alterna fuerit numerorū multiplicatio: idē numerus vtrobiq; proueniet. vt ſexies 8 et octies ſex eundem producunt numerum ſcilicet 48.

2 Expreſſo/diſpoſitoq; per calculos numero multiplicando: ex vnoquoq; calculo eius in limite poſito faciendus eſt numerus multiplicans (qui mente inexpreſſus tenetur) ſuo loco/a dexteriori parte incipiendo. Quo completo proſpiciendum eſt quis ſit totus numerus cōpleta multiplicatione procreatus: et is dicitur numerus productus.

Vt ſi velim multiplicare 12 per 4: explicabo 12 per calculos et quaternarium animo continebo. Deinde ex vnico calculo ſecundo limite poſito faciam quaternarium in eodem limite/eum ſuſtollendo et ipſius loco quaternarium ponendo. Poſtea ex vno duorum calculorum primo limite poſitorum faciam in eodem limite quaternarium/et ex altero ſimiliter: inuenieturq; productus 48.

3 Si numerus multiplicans eſt citra denarium: debet ex quolibet calculo numeri multiplicati formari multiplicās in eodem limite in quo eſt calculus qui multiplicatur. Si vero vltra denarium et citra centenarium: in proximo limite ad ſublatum calculum ponatur multiplicans. Q; ſi vltra centenarium et citra millenarium: in tertio limite ab eo in quo numeri multiplicati calculus ſuſtollitur.

Vt ſi multiplicetur 12 per 3: ex calculo in ſecundo limite poſito formandus eſt in ſecūdo limite ternarius. Et ex vtroq; calculorum primo limite poſitorum faciendus eſt in eodem primo limite ternarius. Et idem ſi multiplicetur per 6 vel per 8. Q; ſi 12 multiplicetur per 20: ex calculo in ſecundo limite conſtituto formandus eſſet in proxime ſequēti ſcilicet tertio limite 20. Et ex vtroq; calculorum in primo limite ſitorum formandus eſſet in ſecundo qui proxime maior eſt/20. Q; ſi 12 multiplicetur per 400: calculus ſcdo limite poſitus tranſmutandus eſt in quatuor quarto limite ponendos. Et vterq; primi limitis mutandus itidē eſt in quatuor tertij limitis. Quod melius exēplis et vſu q̄ regulis conſpicitur.

4 Cum plures eodem limite ponuntur calculi numeri multiplicandi: et multiplicans adeo eſt exiguus/vt quem numerum pluries ſumptus componat facile cognoſcatur: preſtat omēs eiuſdem limitis calculos ſimul ſumptos q̄ vnumquemq; per ſe multiplicare.

Sit datus numerus 4 multiplicandus per 3/manifeſtum eſt omnibus quater tria conficere 12.

Hec mensola / figuraq; Pythagore supi⁹ posita est folio xvii

Idcirco nō singuli quatuor calculorū transformādi sunt in ternarium: sed ipsis quatuor simul sublatis ponendus est 12. Et inter multiplicandum rationē afferre curet qui multiplicat: qm̄ q̄ter tria cōplent 12. Idcirco ad expedite multiplicādō nō parō cōducit prompte cognoscere quē numerō singuli infra denariō in quoslibet eorum ducti procreant. Quod ex Pytagorica more quadrati numerorō in longū et latum descriptione vsq; ad centenarium clare perspicitur: et iuuante vsu / exercitationeq; protinus assignatur.

Calculus in medio interstitio positus: multiplicandus est per medium multiplicantis ponendum in loco recte ad illum respondente in quo totus poneretur multiplicans si calculus in proxime maiore limite poni intelligeretur. Q; si multiplicans sit impar: multiplicetur medius calculus per paris proxime minoris medietatem et dimidium vnius: proxime inferiori interuallo positum. 5

Vt siquis velit multiplicare 8 per 6: loco medii calculi inter primō et secundō limitē ponat tres calculos in secundo: cū ternari⁹ sit medietas senarii / et si medius calculus fuisset in secundo limite: debuisset loco eius ponere 6. Deide quia ter 6 conficiunt 18: tres calculos primo limite collocatos mutet in 18 / proueniet q; 48. Et ita semper medius multiplicās ꝓportionabiliter in eo ponatur limite in quo fuisset positus integer multiplicans si calculus fuisset in ꝓxime superiore loco. Q; siqs multiplicare contendat 8 per septem / loco calculi in primo spacio positi: collocet tres in secundo limite et vnum in eodem primo spacio. Et ita posuerit tria cū dimidio / que est septenarij medietas Deinde quia ter 7 cōficiūt 21: loco residuorum triū calculorum primi limitis ponat 21 / et inoeni et productum esse 56.

In multiplicatione calculus quocunq; limite positus intelligi debet vt illius limitis vnitas: et sequens limes vt denarius ad illum / tertius vt centenarius. et ita consequenter. 6

Vt si dentur multiplicanda 400 per 12. Quatuor calculorum tertio limite positorum primus cōmutandus est in 12 / ponendo in quarto limite tanq̄ limite denarij vnum calculum. Et in tertio vt limite vnitatis duos. Ita sigillatim secundus / ita tertius et quartus permutandus est / proueniet q; 4800. Ita si 4000 per 12 sunt multiplicanda: quartus limes erit vt limes vnitatis / et quintus vt limes denarij. At siquis 40 velit per 12 multiplicare: secundus limes erit vt limes vnitatis / et terti⁹ vt limes denarii / proueniet q; 448. Et hec regula ad multiplicationem est apprime necessaria.

Quocunq; limite fit multiplicatio: per minimos numeros citra decem positos et ipsum multiplicantem denominantes fieri curetur in suo limite. Hic eadem facilitate per maximum quemq; numerum / sumendo eius denominantem: quis multiplicauerit in proprio limite / sicut per numeros denario inferiores in primo. 7

Vt si 36 sint multiplicanda per 40 que denominantur a qoatuor: ex vnoquoq; calculorum trium in secundo limite positorum formandus est quaternarius in tertio limite. Deinde ex medio primi et secundi limitis calculo efficiēdus est binarius in tertio limite. Deniq; ex vnico primi limitis calculo componendus est quaternarius in secuodo limite: proueniet q; 1440. Et huius ratio est qa minimi numeri denominantes q; ad tā profusam non euadunt multitudinem / faciliores sunt: cōfusionisq; non pariūt errorem. Et iouante hac regula quis numerū datum 36 eque multiplicauerit per 300 sicut per ternarium multiplicantis denominantem. Nam loco trium calculorum secūdi limitis ponendus est nouenarius in quarto limite / cum ter tria faciunt nouem: quod sane facilius est cognitu q̄ q; tricies trecenta faciunt 9000. Deide calculus primo et secundo limiti medius mutandus est in vnitatem quarti limitis et eius medietatem tertio et quarto interiectā: nam vnō cum medio est medietas ternarii. Postremum vnicus calculus primi limitis mutandus est in ternarium tertii. Et vbi plures in eodē maiore limite ponūt calculi: sil'ꝑ expeditiori multiplicatiōe sumi possunt et illorū loco nūc t⁹ ponēd⁹ qui cōponit ex denoiante multiplicātis toties sūpto quot sublati sunt calculi. vt in quarta regula dictum est. Vt multiplicetur 300 ꝑ 20 qui denoiatur a binario

loco trium calculorum tertio limite ſitorum/ ponẽdus eſt ſenarius in quarto limite/nam ter duo ſunt ſex et naſcentur 6000. Sed diligentiſſime curandum eſt vt calculi deſignantes partes numeri producti: in proprio/et apto ponantur limite. quod pro varietate numerorum multiplicantium melius exercitio q̃ regulis cognoſci poteſt.

8 Cum numerus multiplicans habet diuerſorum limitum partes: primum maxima pars ad dexteriorem partem eſt explicanda in ſuo limite: deinde reliqua minor in ſuo/ quoad ad minimam in proprio itidem loco collocãdam peruentum fuerit.

Vt ſint multiplicanda 30 per 365: manifeſtum eſt numerum denominantem habere vnam partẽ ſcilicet 300 tertii limitis/alteram ſcilicet 60 ſecũdi/et tertiã ſcilicet 5 primi. Ideo ex vno quoq; trium calculorum ſecundo limite poſitorum formandus eſt in quarto limite ternarius qui eſt denominans 300/in tertio limite 6 qui eſt denominans 60/et in medio ſecũdi et tertij limitis: 5/ proueniet q; 10950. Aut breuius per precedentem regulam ſumptis ſimul tribus qui 30 explicauerant calculis in quarto limite ponẽdus eſt 9 q ter tria reddãt 9. Deinde cũ ter ſex reddant 18: in quarto limite denarius et in tertio octonarius eſt collocandus. Poſtremum quia ter quinq; reddũt 15: in tertio limite vnicus calculus qui 10 ſignificet ponendus eſt/et in medio ſecundi et tertij limitis ſpacio vnus itidem: qui deſignet 5/et idem proueniet Ex quibus conſtat q cum plures ſunt numeri multiplicantis partes: numerus plurium calculorum ſimul multiplicatorum debet ſuper quamlibet illarũ partium ferri. Et he due regule magna egent exercitatione: quia et magni ſunt momẽti et ad difficiles ſupputationes grauiſq; ſumme faciendas iuuant.

9 Officium multiplicatiõis eſt cognoſcere quis numerus totus ex vnius numeri in alterum ductu conſurgit.

Vt ſi 25 ducatur in 48 per multiplicationem cognoſcitur prouenire 1200. Et ex ductu 36 in 16 cognoſcitur prouenire 576. Et ita de aliis.

¶ De diuiſione.

Diuiſio eſt numeri maioris per minorem diſtributio/ qua quotiens minor in maiore contineatur: aperte cognoſcitur.

Diuiſionis regule

1 In diuiſione tres requiruntur numeri. primus eſt numerus diuidendus et maior/ex hypotheſi dãdus. Secũdus/numerus diuiſor ſiue diuidẽs: etiam aſſignandus ex hypotheſi. Tertius eſt numerus ex diuiſione proueniens/ et hic eſt querendus.

Numer⁹ diuidẽdus/calculis eſt explicãd⁹. Diuiſor vero et p quẽ datus prior diuidit̃ animo tenẽdus. Tertius autẽ numer⁹ ſc; denominãs quotiẽs diuidẽs cõtineat̃ i diuiſo explicãd⁹ eſt: ſed ab altera et vlteriore calculorũ parte/ quo numeri diuidẽdi calculis non pmiſceat̃. Et in illo limitũ latere calculi eandẽ prorſus habẽt ſignificãtiã quã in citeriore dicti ſunt habere. Vt ſi diuidat̃ 48 p 4. et proueniat ex diuiſione/12. Ibi 48 eſt numerus diuidẽdus ſiue diuiſus/et calculis deſignat̃. Sed 4 numer⁹ diuidẽs mente ſeruat̃. Et 12 numerus ex diuiſiõe pueniẽs/in altero latere etiã exprimit̃.

2 propoſito numero diuidendo/auferatur primo a maiori limite et deinde per ordinem a minori/numerus diuidens. Et quotiens aufertur: totiens in altero latere ponatur calculus illi reſpondens limiti a quo in citeriori parte calculus vltimo aufertur/aut limiti inferiori. Et completa huiuſmodi ablatione: numerus in altero limitum latere poſitus eſt numerus ex diuiſione proueniens et queſitus.

Vt ſit datus numerus 96 diuidendus per quatuor: auferatur primo quaternarius a ſecundo limite: et in altera parte ad ſecundum limitem ponatur vnus calculus denotans diuidentem ſemel eſſe ablatum ab eo qui diuiditur. Secundo ab eodem limite auferatur quaternarius. Et in altero latere ſecundus ponatur ad eundem limitem calculus. Deinde quater a primo limite auferatur qua

ternarius/quia supersunt 16 continentia quater/quaternariū. Et in primo limite ad vlteriorē partē ponanť q̄tuor calculi/ quia ibi quater facta est ablatio. Et tūc cognoscēť ex diuisiōe puenire 24.

Siquid in maiore limite superest / a quo nec diuidens nec eius medietas au= 3
ferri potest: illud transferatur ad limitem minorem/ resoluaturq̧ in mino=
res partes. Et si completa diuisione quicq̄ residuum est in citeriori parte:
illud seruandum est et illic dimittendum.

Vt in superiore exēplo post ablatū a secundo limite bis quaternarium superest in eodem vnus calculus: qui resoluendus est in decem vnitates et deide perficiēda diuisio. Si autē diuidi petatur 46 per quatuor: ablato semel quaternario a secūdo limite et ibidē i altero latere posito calculo/et totiens a primo limite: positoq̧ in vlteriori parte calculo prouenit 11/supersuntq̧ in citeriori parte duo primi limitis calculi qui signant duas quartas numeri diuidētis. Nam remanentes calculi facta diuisione: semper significant partes numeri diuidentis residuas.

Cum totus numerus diuidens apte sumi nō potest/ sumatur si commode li= 4
ceat ipsius medietas: et ī medio alterius lateris spacio proxime inferiori ad
locū a quo vltimus calculus medietatis est sublatus/ponatur calculus de
notans ablatam medietatem.

Vt si 48 sit diuidēdus per tria/primū a secūdo limite auferēť tres calculi: et supponeť ī altero eiusdē limitis latere: calculus vn⁹. Deinde auferetur vnus calculus secundi limitis/et alter primo et secundo limiti interiectus: scilicet vnū cum dimidio que est ternarij medietas: et in spacio vlteriore primo et secundo locis intercepto ponetur calculus denotans diuidentis ablatam medietatem. Postremum auferentur tres calculi primi limitis: et in eodem limite superiori parte ponetur vn⁹/ et numerus ex diuisione prouentens (qui vulgo numerus quotiens dicitur) erit 16.

Cum in maiore calculo numeri diuidendi/ non commode sumi potest diui= 5
sor: resoluendus est in minores partes proxime minore limite explicatas.
Et iterum vna partium eius in decem minores. Idq̧ tam diu fiat quoad di=
uisor apte sumi potest: vt et in substractione dictum est.

Vt si 100 debeat diuidi per 8/resoluendus est primo 100 in 50/medio inter secundum et tertium limites calculo signatum: et quinquies decem/ quinq̧ calculis secūdo limite positis notatos. quorum vnus vlterius diuidatur in 10 vnitates primo limite explicatas. Et tunc remoueatur 8 semel a secundo limite et bis a primo: eritq̧ ex diuisione prouentens: 12. Insuper et quatuor partes diuidentes scilicet quatuor octaue restabunt. Quod et in tertia substractionis regula preceptū est. Nā diuisio est sepius repetita eiusdē substractio, sicut multiplicatio: sepe eiusdem replicata additio.

Cum numerus diuisor adeo est numerosus vt propter suam multitudinem ī 6
gerat confusionem: accipiendus est eius denominans minimus infra decē
et quoties potest a toto auferendus. Vnde qui per primos citra decem nu
meros promptus erit diuidere: per quātūcūq̧ quoq̧ nūerū facile diuidet.

Vt sit numerus 8400 diuidendus per 60. Accipio eius denominantem intra decem scilicet 6 et aufero 6 a quarto limite: ponoq̧ calculum in vlteriore parte ad tertium limitem. Deinde aufero vnum calculum a quarto limite et duos a tertio que sunt 12 continentia bis sex/et pono in secūdo limite ad partem superiorem duos calculos. Postremo aufero iterum vnum calculum a quarto limite et duos a tertio que rursum faciūt 12/ et pono denuo in secundo limite duos calculos: eritq̧ ex diuisione prouentens 140. Et que septima et octaua regulis de multiplicatione dicta sunt: hic ad diuisionem illi ex opposito respondentem applicentur: exercitatis solum futura peruia. Nā qui rodes et inexercitati sunt: circa minora et faciliora primum versentur.

Si numerus diuidens est infra denarium: in limite a quo vltimus aufertur cal 7
culus: ex altera parte ponatur calculus denotans quotiens aufertur. Si ve=
ro denarius aut supra/tamen infra centum: in proxime inferiore limite po=
natur calculus numeri ex diuisione prouenientis. Si centenarius aut supra/

tamē infra mille: in tertio loco inferiore. Si vero millenarius aut supra/tamē infra 10000: in quarto loco inferiore/et ita deinceps. Medius autē calculus ponatur spacio proxime inferiore illi limiti in quo ponendus esset suus totus et integer.

Hec regula ex analogia multiplicationis statim cognoscitur/et eo veritatem habet ꝙ quilibet calculus numeri ex diuisione prouenientis censetur vt vnitas ad numerum diuidētem ablatum qm̄ vnusquisqꝫ significat semel in suo limite ipsum detractum: et ergo in limite vnitatis ad diuidētem poni debet. Prime partis exemplū. vt si 39 diuidatur per 3: primum in superiore parte secundi limitis ponet vnus calculus/quia ab eo inferius semel est sublatus ternarius. Deinde in superiore parte primi limitis tres ponentur calculi propter ternarium ter ab eodē substractū. Exemplū secūde. vt diuidendo 900 per 20: remouebuntur quater 20 a tertio limite et ponentur quatuor calculi in secūdo/ablationem illam notantes. Deinde vnicus in tertio limite qui superest aufertur calculus vt medietas 20/et medio primi et secundi limitis spacio ponitur in superiore parte calculus/eritqꝫ ex diuisione prouenienis 45. Tertie partis exemplū. vt diuidendo 28000 per 200/remouebitur primo binarius a quinto limite/et in superiori parte tertij ponetur vnus calculus. Deinde quater auferetur binarius denominans diuidentem a quarto limite: et quatuor ponentur calculi in parte altiori secundi limitis: eritqꝫ ex diuisione proueniens 140. Exemplum quarte vt si numerus 48000 diuidatur per 4000/primum auferetur quaternarius a quinto limite: et in secundo partis superioris limite ponetur vnus calculus Deinde bis auferetur 4 denominans diuidentis a quarto limite et ponentur duo calculi in primo limite/prouenientqꝫ 12. Ita de medio per analogiam calculo est dicendum.

8 Officiū diuisionis est cognoscere quoties minor numerus in maiore reperiatr: et totius numeri quotācūqꝫ partem inuenire/diuidēdo datum numerū per denominantem illius partis.

Vt si queritur sexta pars: diuidatur numerus ꝓpositus per 6. et si septima/per 7. et si octaua/per 8 et numerus ex diuisione prouenies est tota pars dati numeri quesita. Vt si petitur quita pars ipsius centenarij: diuidatur 100 per 5 et ex diuisione proueniet 20. Et si quarta pars eiusdem: diuidatur per 4. et ex diuisione proueniet 25: nullo residuo. Et ea est quarta eius pars.

9 Facta diuisio per multiplicationem probatur si numerus ex diuisione proueniens multiplicetur per numerum diuisorem: addaturqꝫ siquid erat residuū ad partem citeriorem facta diuisione/ipsi multiplicato/et producatur numerus primo propositus diuidendus.

Vt diuidatr 64 per 16 et ex diuisione proueniat 4. Ad cognoscendum an recta fuerit diuisio/multiplicetur 4 numerus ex diuisione proueniens per 16 numerum diuidentem: et producetr 64 numerus primo datus. Nam si datum numerum numerus diuidat/et quod prouenit rursum multiplicet: producetur numerus primo datus/vt petit arithmeticus. Et in hac probatione numerus diuidens est deinde multiplicans/Numerus ex diuisione proueniens est multiplicatus/et numerus diuisus est productus.

10 Sic facta multiplicatio per diuisionem probatur si numerus multiplicans diuidat numerum productum et proueniat ex diuisione numerus qui primo propositus est multiplicandus.

Sit 4 numerus multiplicans 16 et producatur 64: ad sciendum an conueniens fuerit multiplicatio: diuidatur 64 numerus productus per 4 numerum multiplicātem/ex diuisione proueniet 16 qui erat numerus primo multiplicatus. Nam si datum numerum numerus multiplicet et idē productum diuidat: redibit numerus primo datus multiplicandus. Et in hac probatione numerus multiplicans est deinde diuidens. Numerus multiplicatus est ex diuisione proueniens/et ꝓductus est numerus diuisus.

Nunc de eisdem speciebus quo pacto scripto fiant dicēdum Quarum diffinitiones et officia fere eadē sunt: que prius assignata fuere.

Et primo de numeratione.

Numeratio figuralis est cuiusuis numeri per notas/ et figuras numerales descriptio.

Regule.

Ad numeros scripto significandos institute note per se posite et sigillatim ab 1
se inuicē seiuncte/numeros infra denarium designant. Nota autē circularis o
per se nichil numeri significat: alijs tamen adiuncta/earum significantiā au=
get secundū loci quo ponuntur ordinem.

Note numerales sunt/1/2/3/4/5/6/7/8/9. Quarum prima per se sumpta vnitatem signat/secunda binarium/tertia: ternarium/quarta quaternariū. et ita consequenter. Quam earom significationem ita opus est cognoscere pro supputatione arithmeticaq; cognitione: sicut litteras pro intellectione grammatice. Nota autem circularis o per se sumpta nichil designat/sed alijs adiuncta eas plus significare facit. vt adiuncta note binarij hoc modo 20: facit eam significare bis decem. Perinde atq; syncategorema nichil in oratione significans alijs adiungitur. Reliqœ autem note sunt vt categoremata.

Si vero plures a sinistro in dextrum porrecte note coniungantur: primo ad si 2
nistrum loco sita/numerum infra denarium quem ex institutione notat/de
signat. Et proxima: toties decem quot notat vnitates. tertio/loco toties cē
tum. Quarto/toties mille. quinto/toties decem milia. Et sic quantumlibet
procedēdo sequens ad precedentē decuplā seruat proportionem.

Vt in hac figuratione 36 prima signat 6 et secunda 30: scʒ ter decem quia in ternario cuios illa est prima nota tres sunt vnitates. Et in hac. 423. prima ad sinistram nota/ternarium signat; secunda 20/et tertia 400. In ista vero 5852/prima binarium secūda 50/tertia 800 et quarta 6000 signat. Deniq; in ista 24357 prima septenarium signat/secūda quinquaginta/tertia: trecenta/quarta: quatuor milia/et quinta: viginti milia. Et istius exercitationem peteos comparet primo vnam quamq; notarum ad singulas: vt notam vnitatis secūdo loco positam adiungat omnibus primo loco positis. Deinde notam binarij secūdo positam adiciat cuiq; notarum Postea notam ternarii/et quid vnaqueq; duarum sic iunctarom signet attendat. Deinde tres adinuicem configat et duas easdē sumptas omnibus addat. vt 120/121/122/123/124/et ita consequenter. Postea 130/131/132/133/134. Deinceps quatuor adinuicē per ordinem sumat. vt 1231/1232/1233. Et ita quot modis quatuor variatim coniungi possint. Et ita in aliis.

10/11/12/13/
20/21/22/23
30/31/32/33/

Circularis nota primo ad sinistram loco sita facit proximam valere decem/tet 3
tiam: centum/et quartam mille. Et si secūdo cōstituatur loco: sequētem red
dit cētenarij significatiuam/q eam tertiam efficiat. Tertio vero posita loco:
quarte millenarij significantiam prestat/q eā reddat quartam Et ita de alijs
sinistrorsum vergentibus.

Vt in hac figuratione 6430/secundo loco posita nota designat triginta/tertio loco quadringenta et sexto sex milia. Et in ista 5403/prima ternarium signat: secunda nichil/tertia quadringenta et quarta quinq; milia. Et in hac 2068/prima nota octonarium designat secunda sexaginta/tertia nichil/quarta duo milia. Et generatim huiusmodi figura en quē occupat loco nichil notans/ordinis rationem seruat et nomen. vt q prima/secunda/tertia/aut quarta dicatur. Et adiectarum notarum ordinem cum significantia permutat. Nam in hac figuratione 24 prima nota quaternariū notat et secunda vigenarium. Sed apposita circulari figura sic 240/nota 4. signat quadraginta et nota 2. ducenta: q illarum ordo permutatus est.

Eadem nota in sequentes et leuam versus vergentes suam habet vim: in pre= 4
cedentes vero et ad dextram tendentes minime. Quo fit vt ipsa prima esse
possit ad dextram et quolibet loco media: ad sinistrā vero primo reponi lo=
co minime possit.

Sequentes note dicuntur que ad sinistrã partem deuergunt: quia contra scribendi ordinem in hac notarum computatione a dextro in sinistrum tendatur. Precedentes vero sunt que deflectunt ad dexteram. Vnde ordo supputationis notarum numeralium deprehenditur contrario modo se habere ad ordinem calculorum. In quo minimi numeri ad sinistram ponuntur: et maiores cum suis limitibus eo quo scribimus tractu accedunt ad dextram. Hic vero minimi numeri in parte dextra/ et maiores consequenter ad sinistrã tendunt. In his itaque figurationibus 480/408/4032/60457/ nunc prima est/nunc secundo/nunc tertio/nunc quarto loca media. At in ista 048 est prima ad sinistram: nichilque ibi officii aut vsus habet neque ad se neque ad alias notas.

5 Eadem quoque nota vni tantũ figure apposita: vno dũtaxat modo poni potest/ duabus vero adiuncta: ter variari/ tribus adiecta: septies/ et quatuor: decies et quinquies.

Cum vni note apponitur: solum primo loco poni potest. vt 20/30/40. Cum vero duabus adiungitur: ter potest variari secundum regulam binarii. Et cum adiungitur tribus notis numeralibus: septies diuersũ potest habere situm per regulam ternarii. At vbi quatuor figuris significatiuis numerorum additur: decies et quinquies secundum quaternarii regulam potest diuersificari. vt hec figura ostendit.

Regula binarii.			Regula ternarii.					
1.	120		1.	2450	1.2	2400	1.2.3	2000
2.	102		2.	2405	1.3	2040		
1.2	100		3.	2045	2.3	2004		

Regula quaternarii.

1.	12340	1.2.	12300	2.4	10203	1.3.4	10020
2.	12304	1.3	12030	3.4	10023	2.3.4.	10002.
3.	12034	1.4	10230	1.2.3	12000	1.2.3.4	10000
4	10234	2.3.	12003	1.2.4	10200		

In quibus quidem regulis nota vnitatis significat circularem figuram primo ad sinistram loco positam: nota binarii/ secundo loco a sinistra. nota ternarii: tertio. et nota quaternarii: quarto loco a sinistra. Quod si quinque numeralibus figuris adiiceretur: tricies et semel secundum quinarii regulã variari posset/ quod ex predictis facile est conücere.

6 Officium hac specie se exercitantis est quemlibet numerum propositum scripto notare. Et de quolibet itidem scripto quem numerũ signet/ in prõptu cognoscere.

Vt de numeratione que fit calculis in septima numerationis regula dictum est: sed hic idcirco repetitum quia alia sit in scripto/ alia in calculis exercitandi ratio: hec quidem facilior/ illa vero difficilior. Quare in calculis primum supputandi industria querenda est et deinde in scriptura. Et si quis scripto factam supputationem an recta fuerit experiri voluerit: eandem/ et consimilis speciei in calculis efficiat. Et numerationem figuralem per numerationem calcularem cõprobet/ et additionẽ per additionem: et ita de aliis. Sicque ex facilioribus ad difficiliora progrediens: difficiliora per faciliora cognoscet. Vt si cuiquã offerantur quinquaginta quatuor exprimenda scripto: protinus sic explicet. 54. Et si petantur nonaginta quatuor: quo pacto exprimi debeant: statim respondeat hoc modo. 94. Quod si cõtra offerant alicui figure 68/ et interrogetur quẽ numerũ signent/ illico respondeat: sexaginta octo. Et interrogatus quid he noterit figure 79: stati subiũgat septuaginta nouẽ.

Additionis regule.

1 In additione que scripto fit/ numeri simul addendi ordinata serie a sursum in deorsum porrecti disponantur: sed consimiles directe sub consimilibus.

Vt que numeros infra decem constitutos significant note: sub seinuicem ponantur in primo limite. Et que supra decem et infra centum numeros signant: sub seinuicem in secundo. Sic que supra cẽtum et infra mille: sub seinuicem in tertio. Que vero supra mille et infra decem milia: in quarto recta serie locentur.

Si numerorum addendorum note ſolum vnum conſtituant limitem et nulle in ſecundo limite collocentur: ſigillatim ſuperiores proxime inferioribus ſūt per cōtinuam collectionem addende quoad tota ſūma ex omnibus collecta fuerit/que interpoſita linea ſubſcribenda eſt: et ea totus eſt numerus quem partiales ſimul complent. 2

7
5
9
3
8
6
38

Vt ſint dati numeri: 7/5/9/3/8/6. ſic addendi ſunt: 7 et 5 ſunt 12 et 9 faciūt 21. Illis adiectus 3 reddit 24. Deinde additus 8 efficit 32. Cui additus 6 reddit 38 totam et completam additorū ſummā. Et quot in additione calculari nūeri requiri dicti ſūt in prima regula: totidē et hic requirunt.

Si vero addendi numeri duos compleuerint limites: colligenda eſt primum a ſuperiori parte ad inferiorē procedendo/primi limitis ſumma. cuius (ſi pluribus ſcribenda ſit notis ſolum prima nota ſubſignetur. Secunda vero ſeruata in mente/numeris ſecundi limitis/eodem quo prius modo colligēdis/addatur/quorum tota ſumma adijciatur note primo limiti ſubſcripte: et ea eſt totalis datorum numerorum ſumma. 3

9 2
8 4
7 6
252

Vt ſint dati numeri 92/84/76/eo quo in margine ſcribuntur ordine diſpoſiti: ita adduntur/2 et 4 ſunt 6 et 6 ſunt 12: cuius primam notam 2 ſubſcribo linee ſubducte. Deinde ſecundam eius notam ſcʒ vnitatē addo ad numeros ſecundi limitis: q; ipſa ſit denarij ſignificatiua ſicut et illi/vt ad 9 et fiunt 10: quibus adiectus 8 fit 18/et illis additus 7 reddit 25 qui apponendus eſt ad notā binarij ex primo limite ſubſcriptam. Eſtq; tota ſumma datorum numerorum ſimul collectorū 252. Et hic notarum minimas denominationes/q; faciliores ſint/ſumere debem⁹: ſicut i calculis dictū eſt fieri debere.

Q; ſi tres fuerint limites: ſumme ſecundi (ſi modo pluribus notis ſignāda ſit) ſolum prima ſubſignetur nota ad ſubſcriptam primo limiti figurā. Altera vero/tertij limitis numeris adiiciatur: quorum in vnum collectorum ſumma tota/prius ſubſcriptis adijcienda eſt. Et totus numerus ſubſcriptus eſt datorum numerorum queſita ſumma. 4

4 7 2
1 3 5
9 8 6
1593

Vt dentur numeri 472/135 986/in vnum adijciendi: et ordinentur recta ſerie. Primi limitis numeri vniti conſtituunt 13/cuius prima nota 3 ſubſcribenda eſt: et ſecunda/ſcʒ vnitas ſecundo limiti apponenda: cuius ſimul iuncti numeri conſtituunt 19. huius prima nota 9 ſuo limiti ſubſcripta: ſecunda (que vnitas eſt) tertio limiti apponitur/illiuſq; numeri cum adiecta vnitate ſimul aggregati faciunt 15/qui adijciendus eſt ad ſiniſtram ceteris ſubſcriptis: eritq; tota ſūma 1593. Sic in quotlibet limitibus faciendum eſt vt ſecunda ſumme precedentis limitis figura ad ſequentem limitem transferatur: quod ad extremum deuentum fuerit/cuius tota ſumma expreſſe ad ſiniſtram prius ſubſcriptis annotanda eſt.

Si in limite numeros in vnum colligendos cōtinente occurrat circularis figura: ea pretermittenda eſt inter colligendum Vbi vero ea nota in totalis ſumme primo aut medio quouis obuenit loco: ſubſcribenda et expreſſe annotanda eſt atq; numerus. 5

3 0
2 5
4 0
5 6
1 5 1

Prime partis ratio eſt: quia figura circularis nullius eſt ſignificatiua in ſitu a ſurſum in deorſū ſumpto/vt que auctiorem ſummā non reddat. huius tale ſumatur exēplum. Sint addendi numeri 30/25/40/56. Colligendo primi limitis numeros occurrunt due circulares figure dimittende. Secunde partis ratio eſt: q; figura predicta circularis in limite a dextro in ſiniſtrum protenſo poſita: ſequentes figuras reddit maioris numeri annotatiuas. Vt ſint in vnum colligendi numeri 631/412/223/134 Prima numerorū limitis primi ſimul collectorum ſumme figura eſt nota circularis/itidē et prima ſumme ſecundi limitis: quare ſubſcribi primo loco et ſecundo debet. Summa autem tertij limitis 14 illis adiuncta: reddit ſummam totalem 1400.

6 3 1
4 1 2
2 2 3
1 3 4
1400

Non oportet in additione tot eſſe numeros a dextra in leuam vergentes in li 6

mitibus suppositis quot sũt in suprapositis/neq; ediuerso:sed plures supra scripti q̃ subscripti/aut cõtra. Ita plures medio q̃ extremis et ediuerso poni possunt:non in dextra/sed solum sinistra parte variando.

Exemplum vbi in dextra parte est inequalitas impediens additionem.

Plures supius q̃ inferi⁹.	Plures inferi⁹ q̃ supius.	Plures extremis q̃ medio.
1 3 5 7	9	1 3 5 7
2 4 6	8 5	9
8 5	2 4 6	8 5
9	1 3 5 7	2 4 6

Q̃ si tertij exempli limites extremi ponantur medij : et medij/extremi: ediuerso contingit.

Sed hoc pacto in dextra parte variando non potest recta fieri additio a sursum in deorsum descendendo:cum consimilis nota sub consimili non ponatur. nam primus ad sinistram secũdi ponitur sub secundo primi/et secundus sub tertio/et prim⁹ tertij sub secũdo secundi/et tertio primi:quod in additione a sursum in deorsum facta maxime fugiendum est. Sinistra autem parte manente eadem et dextra variata recte fit hoc modo.

Plures supi⁹ q̃ inferi⁹.	Plures iferi⁹ q̃ supi⁹.	Plures extremis q̃ medio.	Plures medio q̃ extremis.
2 4 6 8	2	2 4 6 8	6 4
3 5 7	6 4	6 4	2 4 6 8
6 4	3 5 7	2	3 5 7
2	2 4 6 8	3 5 7	2

In horum quatuor exemplorũ quolibet primus vnius limitis ad dextram sub primo alterius ponitur/et secundus sub secundo:quod in additione prima regula preceptum fuerat. Et horum oim eadem est summa 2891 quia totidem limites in quolibet et ex eisdem numeris constituti/q̃uis diuerso ordine fuerint. Quo fit vt nichil intersit in additione quis limes supra alterum ponatur aut infra. Nam transpositi limites secundũ ordinem eandẽ reddunt summã:sicut in calculis nichil refert quo ordine nominentᷣ addendi dũmodo iidem maneant. Quare eque ab inferiori parte vt superiori posset sumi additionis principium:q; ab alterutra parte incipiendo/eadem semper proueniat summa.

Substractionis regulẽ.

1 Conscripto superius numero a quo est facienda substractio:et inferius numero substrahẽdo:sed directe/vt primum inferioris primo superioris respõdeat/et secundum secũdo/et tertium tertio:substrahatur primum inferius a primo superiore:quod si maius fuerit/residuum subscribatur primo loco. Q̃ si nichil supersit vt cum idem ab equali subducitur:annotetur loco residui nota circularis. Deinde secundum inferius a secũdo superiore et subscribatᷣ residuum aut nota circularis/et ita tertium a tertio et quartum a quarto. Quo quidem completo:numerus inferior est residuus et is qui querebatᷣ.

In substractione figurali totidem requirũtur numeri quot in calculari dicti sunt requiri in prima regula. A minori quidem numero nunq̃ maior substrahitur:sed cõtra maior a minori aut equalis ab equali. Primi exẽplum. vt a 64 substrahatur 23:scribaturq; primus inferioris sub primo superioris/et secundus sub secundo. Numerus tamen substrahendus ab eo a quo substrahitᷣ interiecta linea dirimatur/ita et residuus interposita linea a suprapositis secernatur:ne oriatur numerorũ cõfusio. Quod et in omnibus supputationibus scripto factis seruandum est. Itaq; substraho 3 a 4/et superest vnitas subscribeoda in primo ad dextram loco. deinde aufero 2 a 6:et remanet 4 etiam subscribeodus secundo loco/et numerus totus residuus est 41. Exemplum secundi. vt a 68 substrahatur 28/substraho 8 ab 8 et nichil remaoet/quare primo loco subscribenda est nota circularis. deinde remoueo 2 a 6:et superest 4 secundo loco subsignãdus/totusq; residuus est 40. Et ita vbicunq; equale ab equali tollitur:subscribenda est circularis figura.

64
23
41

68
28
40

2 Q̃ si prima numeri superioris nota est figura circularis/aut minor q̃ prima inferioris:a numero superiore/loco secũdo posito/sumenda est per intellectũ

vnitas que ad primum locum comparata valet 10: qui addendi ſunt numero/ primo loco ſuperiori poſito. Et a toto illo aggregato auferendus eſt numerus primo loco inferius poſitus: reſiduumq; ſubſcribendum. Deinde ſecūdus inferior/ a numero vnitate minore (nam ei detracta eſt vnitas) q̄ ſit ſecūdus ſuperior/ auferēdus eſt: et reſiduus ſubſcribendus.

1
240
125
115

Vt a 240 ſubſtrahendus ſit 125. Quia in primo loco ſuperiori non eſt numerus: capienda eſt vnitas a 4 ſecundo loco poſito/ que ad primum limitem cum circulari nota comparata valet 10. A quo ſubſtrahendus eſt 5 primo loco inferiori poſitus: et reſiduus eſt 5 primo loco ſubſcribendus. Deinde a 3 ſecundo loco ſuperiori poſito (nam ablata eſt a 4 vnitas/ quare ibi ſolum reſtat 3) auferatur 2 numerus loco ſecundo ſignatus/ et remanet vnitas ſecundo loco ſubſignanda. Denique a 2 in tertio loco ſuperiori aufero vnitatem tertio loco inferiori poſitam: et superest vnitas ſubſcribenda. Totus itaq; reſiduus numerus eſt. 115. Similiter a 42 remoueatur 18. Quia a primo ſuperiore minore scilicet 2 non poteſt remoueri primus inferior maior qui eſt 8: a 4 ſecundo ſuperiore capio vnitatem/ que ad primum ſuperiorem valet 10/ quibus addo binarium primo ſuperiore loco poſitum et fit 12: a quo ſubſtraho primum inferiorem 8/ et remanet 4: in primo loco ad dextrā ſubſcribendus. Deinde a 3 ſecūdo loco ſuperiori manente (nam ſublata eſt prius vnitas) remoueo vnitatem ſecundo loco inferiorem: et remanet 2 loco ſecundo ſubnotandus/ eritq; totus reſiduus 24. Et

1
42
18
24

idem in ceteris locis vt ſecundo/ tertio/ aut quarto vbi ſuperior numerus eſt minor inferiori/ faciē dum eſt. vt a 624 auferatur 432. Aufero 2 primo loco inferiori poſitum a 4 eodem loco ſuperiori collocato: et reſiduus eſt 2 primo loco ſignandus. Deinde cum nō poſſit 3 ſubſtrahi a 2: ſumo vnitatem a 6 tertio loco ſuperiore poſito/ que ad ſecundum locum collata valet 10/ quibus addito binario ſecundi loci fit 12: a quo ſubſtrahendo 3 ſecundo loco inferiore poſitū remanet 9. Demum a 5 tertij loci (nam ablata eſt vnitas) remoueo 4 in tertio loco inferiore poſitum et ſupereſt vnitas. Totus itaq; reſiduus numerus eſt 192. Quo fit vt primus ad dextrā numerus ſuperior et quiuis medius/ poſſit eſſe minor ſuo inferiore reſpondenti. Vltimus vero minime: quia illum non ſequitur alius numerus a quo poſſet hoc modo ſumi vnitas.

1
624
432
192

Si in numero ſuperiore plures ſe continue conſequentes note circulares po= 3
nantur/ et ſolum tertio aut vltimo loco ponatur figura numeri: ab illa/ dēpta
vnitas in primo loco valet decem: in reliquis autem omnibus vbi huiuſmo=
di ſunt note/ valet ſolum nouem.

991
4000
1234
2766

Vt a numero 4000 ſubſtrahatur numerus/ 1234. A quaternario quarto loco poſito ſumo vnitatem: que in primo loco cum nota circulari illius loci valet decem/ in ſecundo autem et tertio cum illorum locorū notis circularibus/ 9. Itaq; a 10 poſito in primo loco ſuperiore remoueo 4 ſibi inferius reſpondentem: et reſtat 6 primo loco ſubſignandus. Deinde a 9 ſecundo loco ſuperiore ſito remoueo 3 ſibi ſuppoſitum: et reſtat 6 ſecundo loco ſupponendus. Rurſum a 9 tertio loco ſuperiore poſito remoueo 2 ſibi ſubditum: et reſtat 7. Deinde a 3 quarti loci ſuperioris (nam in primo illius loci numero ablata eſt vnitas) aufero vnitatem ſubiectā. et reſtat binarius eodem loco ſubijciendus. Totuſq; reſiduus eſt: 2766. Quod quidem in calculis eſt manifeſtiſſimum.

Si primo aut quolibet medio loco numeri inferioris ponatur circularis nota/ 4
et in loco ſuperiore correſpōdente numerus: cum ille a nichilo ſubſtractus/
integer maneat: debet immutatus ſubſcribi.

648
420
228

Vt a numero 648 remoueat̄ numerus 420. Nichil a primo numero ſuperiore auferendo qui eſt 8: manet 8 integer/ et primo loco ſubſignandus eſt. Deinde binarium a 4 in ſecundo loco remouendo: remanet 2 eodem loco ſubijciendus. Vltimo 4 a 6 in tertio loco auferendo: reſtat 2 tertio loco ſubſignandus/ totuſq; reſiduus eſt 228. Et ita ſi in medio numeri inferioris ea nota ponatur.

Si primo loco numeri ſuperioris et inferioris ponatur circularis nota: debet 5
et primo numeri reſidui loco/ eadē ſubſcribi. Ita ſi ſecūdo et quolibet medio
loco vtrobiq; ponat̄: et inferior ſuperiori directe ad ſubſtractionē reſpōdeat.

Vt a numero 420 substrahendus detur numerus 110. A nichilo/nichil substrahēdo:restat nichil hinc primo loco subscribatur oota circularis o. Inde a 2 tollendo 1 in secuodo loco:superest vnitas eodem loco supponenda. Demum a 4 remouendo 1 in tertio loco:restat 3 eodem loco subsignandus/totusq; residuus est:310. Ita si in medio ponatur.

4 2 0
1 1 0
3 1 0

6 Si in superiore parte plures fuerint note q̃ inferiore:tūc completa substractione inferiorum a superioribus sibi respōdentibus:relique superiores quibus inferiorum nulla respondet/integre adijciantur ad sinistram numeri residui partem:et recte fuerit sublatio facta.

6 0 5
3 0 2
3 0 3

Vt a 468 remoueatur 25. Primum ab 8 aufero 5 in primo loco:et in eodem sobsigno 3. Deinde a 6 aufero 2 in secundo loco:et io eodem subscribo residuum 4. Postremum 4 positum in tertio loco superiore(quia ei nulla respondet figura numeri substracti)adijcio ad numerū residuū in tertio loco. Estq; totus residuus/443. Quemadmodū in additione si in extremo limite numerorū addendorū sola vna ponitur nota:illa adijcienda est ad summā numerorū collectorū a tergo et ad sinistrā. Vnde in substractione vnus totalis numerus solum ab vno totali substrahi debet:et vnus ad vnum et non ad plures(vt in addirione fit)comparari. licet numeri totalis partes seorsum ad alterius partes respondentes comparande sint pro faciliore subductione: qm̄ facilius vnum ab vno q̃ plura a pluribus simul tollimus.

4 6 8
2 5
4 4 3

7 Substractio figuralis per additionem figuralem probanda est/et contra additio per substractionem:sicut calcularis probari dicta est/quarta et quita substractionis regulis.

Nam ad probandum substractionem per additionem:addendus est numerus residuus numero substracto. Et si proueniat totus numerus a quo est facta substractio:recta fuerat subductio Vt si a numero 46 ablatus sit numerus 34/et sit residuus. 12. addatur 12 ad 34 et proueniet 46: quare substractio fuit conuenieos. Ita si numeri 12/15/18/simul addantur:cōstituunt summā 45. A qua primo auferatur 12:deinde a residuo remoueat̃ 15 et vltimo 18/oichilq; manebit residuum:quare recta fuit additio.

4 6
3 4
1 2

De dimidiatione que ad substractionem reducitur.

1 Dimidiatio est medietatis numeri propositi acceptio. Et in numeris absolutis solum fit inter numeros pares:cum impares in duo media minime diuidi possint.

Vt si numerus proposit⁹ sit 468:et accipiatur eius medietas 234:eius facta est dimidiatio. Ad cognoscendum autem de vnoquoq;(quantuscunq; fuerit)numero an par/sit an impar:sit hec regula. Si numeri propositi vltimus ad dexteram numerus sit par aut circularis nota:et totus numer⁹ est par. Si vero vltimus ad dextrā sit vnitas aut impar:et totus numerus erit impar. Prime partis exemplum vt totus numerus 256 est par:quia vltima eius nota 6 est par. Ita et 730:q; vltima eius figura est circularis nota. secunde partis exemplum. vt 261 est impar:q; extremam habeat vnitatem/similiter 647:q; vltimus numerus sit impar.

2 Proposito quocunq; numero dimidiando/ei subducatur linea:vltimeq; figure ad sinistram posite sua subscribatur medietas/et deinde sequentis vsq; in finem:si modo quelibet par fuerit. Et qui subscriptus inuenietur:erit numeri propositi medietas.

In dimidiatione a sinistre partis notis incipiendum est et continue in dextram reodendum. Vt sit dimidiandus numerus 842:ei supponatur linea. deinde sub 8 ponatur sua medietas 4. Et sub 4/sua medietas 2. Et sub 2 vltima ad dextram numeri dimidiaodi oota:sua medietas sc; vnitas/inuenieturq; subscriptus dimidius 421. Et ita in alijs.

8 4 2
4 2 1

3 Si vero vltima ad sinistrā figura aut quelibet media fuerit impar/dematur ab ea per intellectū vnitas:et supererit numerus par proxime minor:cuius subscribatur medietas. Deinde transferatur illa vnitas substracta ad sequentem

dexterioremq; figuram:in cuius loco valebit decem. Q ui illi figure addāt: et totius aggregati(ſi par fuerit)medietas ſubſcribatur. Q; ſi fuerit aggregatum impar:rurſum ſubducatur vnitas et ad ſequentem locum transferatur:donec ad extremum dextre partis perueniatur.

972
486

Vt ſit dimidiandus numerus 972. Aufero a 9 vnitatem:et ipſius 8 paris proxime minoris ſubſcribo medietatem 4. Ablatam vnitatem ad ſecundum locum transfero in quo valet 10:quibus addendo 7 ſecūdo loco ſcriptum/fit 17. A quo(cum ſit impar)iterū aufero vnitatem:et numeri paris proxime minoris qui eſt 16 ſubſigno medietatem 8. Vnitas autem ablata ad primū locum cōparata valet numerum denarium:cui addo binarium primo loco ad dextram poſitū/et fit 12:cuius ſubſcribo medietatem 6/eſtq; totus dimidius 486. Cum autem ad extremum numerum dextre partis peruentum fuerit:neceſſe eſt illic numerum parem vel notam circularē eſſe/que vnitati denarij adiuncta faciet.10.numerum parem. Et numerus par extremus ad dextram/denario adiunctus conſtituet numerum parem:qm̄ par pari additus numerum parem conſtituit/et ergo huiuſmodi extremi facile capiet medietas.

Calculis quoq; expreſſus numerus prompte in medietatem diducitur:aſūmis ad dextram poſitis auſpicando/et a paribus quidem medietatem auferendo:ab imparibus vero medietatem numeri paris proxime minoris et medietatem vnius/que ſignatur per calculum proximo ſpacio inferiori poſitū: aut a limite in ſpacium tranſlatum. 4

8462
4231

9754
4877

Vt ſi ſit dimidiādus 8462 calculis explicatus:primum a quarto limite auferetur quaternarius et tantumdem relinquetur. Deinde a tertio ablato 2/a ſecundo 3/et a primo vnitate/medietatibus ſcʒ inuentorum illic numerorum:dimidius erit 4231. Et ſi ſit dimidiandus 9754:a quarto limite remouebitur quaternarius cum medio calculo inter quartum et tertium limitē/a tertio ternarius cum medio calculo inter tertium et ſecundum/a ſecundo limite binarius cum calculo medio inter primum et ſecundum limites:qui medius calculus ſignificat dimidium vnius calculi proxime ſuperiore limite poſiti. A primo vero auferetur binarius/medietas numeri illic poſiti. Et totus reſiduus erit:4877. Nam vltra primum limitem et locum etſi note figureq; numerales:numerū imparem ſignare videantur:ſemper tamen parem ſignant.

Si rei cuius vnitas diuidua eſt/medietas ſit accipienda/et in vltimo ad dexterā loco ponatur numerus impar:dēpta vnitate ſubſcribatur paris proxime minoris medietas. deinde extra ſignetur dempte vnitatis medietas. Si vero in extremo loco ſola ponatur vnitas:loco eius ſubſignetur ei circularis nota:et vnitatis diuiſe medietas(vt prius)extra ſignetur per notam vnitatis ſuperiorem et figuram binarij ſubiectam. 5

1
2

573
286 1/2

541
270 1/2

Numeri abſoluti vnitas indiuidua eſt. Rerum tamen quibus numerus applicatur vt ligni/vlne/pedalis/cubiti vnitas diuiſionem recipit. Sint itaq; dimidianda 573 pedalia:per tertiam regulam in primo ad ſiniſtram loco ſubſcribēdus eſt 2/in ſecundo 8/et in tertio(qui extremus eſt ad dextrā) loco 6. Deinde extra ſignanda eſt vnitas ſupereminens/et ſubducta linea binarius ſuppoſitus:deſignans reſiduam vnam ſecundam ſiue vnam medietatem diuiſi ſcʒ ſemipedale. Similiter ſint dimidianda 541 pedalia:per eandem tertiam regulam dimidiationis primo ad ſiniſtram loco ſubſignandus eſt 2/ ſecundo vero 7/ in tertio autem loco numeri dimidij ponenda eſt circularis nota:et extra ſignanda vnitatis dimidiate medietas.

¶Multiplicationis regule.

24
12
248

Ad multiplicationem ſcripto faciendam numerus multiplicandus ſuperiore loco ſcribendus eſt/et ducta linea numerus multiplicans ſubſcribendus directe ad dexterā:vt prima vnius figura prime alterius ſupponatur/et ſecūda ſecūde. Demū ducta linea ſupponēdus eſt numerus p̄ductus inueſtigatus. 1

Pri.	Scdm
6	12
9	6
54	72
Ter.	**Quar.**
8	28
12	16
96	448

Vt si sit numetus 24 multiplicandus per 12: superiore loco scribend⁹ est 24/ et ei ꝓxime subiiciendus 12: vt prima inferioris nota sit sub prima superioris/ et secũda sub secunda. Postremo ambobus subscribendus est productus scilicet 288. Verũ numerus multiplicatus et multiplicans quadrifariam variari possunt. Primo ꝗ vterq; sit simplex et vnica figura expressus. secundo multiplicans simplex et multiplicatus compositus/ pluribusq; notis figuratus. Tertio multiplicãs cõpositus et multiplicatus simplex. Quarto vterq; compositus. Et quo pacto quolibet horum modorũ fiat multiplicatio: sequentes regule ostendent.

2 Cum tam numerus multiplicans q̃ multiplicatus est simplex/ ducatur vnus in alterum: et quod inde prouenit/ subscribatur: quia numerus est ex vtroq; productus.

Sit 8 numerus multiplicãdus per 6: duco 8 in 6/ et prouenit 48 numerus productus: nam sexies 8 tantum dẽ reddunt. Ita 9 multiplicetur per 7 sic/ septies nouem: et prouenit 63 productus. Ceterum ad cognoscendum quid conficit quilibet numerus simplex in simplicem ductus: inspiciatur descriptio numeralis Pythagore quadrato spacio in lõgum et latum eque porrecta/ et numerus qui in vtriusq; et multiplicantis scilicet et multiplicati ponitur limite scilicet a sursum in deorsum et a sinistro in dextrum: is est quem vnus in alterum ductus producit. Vt si quis noscere velit quem numerum producat 8 in 7 ductus: a limite in cuius summitate ponitur 8 descẽdat quousq; in eum coincidet limitem a sinistro in dextrum porrectum: in cuius principio ponitur 7: et respiciat quis numerus in vtriusq; illorum limitum coincidentia descriptus est/ inueniet q; 56: qui sane numerus est ex 8 in 7 productus. Et idem dictum est in quarta regula multiplicationis calculatorie. Pythagorica autem numerorum descriptio in prima proprietate multiplicis/ itemq; in secunda specierum numeri plani requirenda est: et predictis in locis folio quidem decimoseptimo item et vicesimo figurata.

8
6
48

9
7
63

8
7
56

3 Cum multiplicans est simplex et multiplicatus compositus/ multiplicãs primo ad dextram loco subscribẽdus est: et sigillatim ad singulas figuras numeri multiplicandi comparandus: a dextra sinistram versus procedendo. Et quod fit ex ductu multiplicantis in primam multiplicati figuram: directe primo loco subscribatur/ quod vero ex eiusdem in secundã ductu: secũdo loco/ et quod in tertiam: tertio. et ita deinceps. si modo proueniens numerus vna scribi nota possit.

Vt sit numerus 234 multiplicandus ꝑ 2. Duco binariũ subter ad dextrã descriptũ primo in 4/ primam figuram numeri multiplicandi: et prouenit 8/ primo ad dextram loco subscribendus. Deinde eundem multiplicantẽ 2 duco in 3/ secundam figurã numeri multiplicandi: et prouenit 6/ secũdo loco supponendus. Tertio duco 2 in 2 tertiam numeri multiplicandi notam: et ꝓuenit 4/ tertio quidem loco subscribendus: estq; totus productus 468.

234
2
468

4 Si autem productus ex ductu multiplicantis in primam aut quamlibet mediam numeri multiplicandi notam/ non possit vna scribi figura sed solum pluribus: eius prima subscribatur suo loco: residua vero seruetur et addatur producto ex ductu multiplicantis in sequẽtẽ figuram. Et id quoties opus est fiat/ donec ad extremam in sinistra parte notã perueniatur: cuius productus (etsi pluribus annotandus sit figuris) totus est exprimendus.

Vt sit numerus 684 multiplicandus per 3 Duco 3 in 4 et prouenit 12: cuius prima nota 2 subscribatur/ et secunda que vnitas est mente seruetur. Deinde duco 3 in 8 et fit 24: cui addita vnitas q̃ ante fuit seruata efficit 25. Eius itaq; totius aggregati prima nota 5 subscribatᷣ: et secũda scilicet 2 seruetur. Postremo duco 3 eundem multiplicantem in 6 et fit 18: cui addo binarium ante seruatũ fitq; 20/ quẽ prius scriptis numeri ꝓducẽdi notis subnecto. Estq; totus productus: 2052.

684
3
2052

5 Cum multiplicans est compositus et multiplicatus simplex: quelibet figura multiplicantis sigillatim comparanda est ad multiplicatum. Et quod fit ex

prima multiplicantis in multiplicatum: scribēdum est totum directe sub prima. Quod vero ex secunda: inferiore gradu et directe sub secunda. Et quod ex tertia: adhuc inferiore loco et directe sub tertia multiplicantis. Et ita de ceteris quousq; omnes figure multiplicantis ad multiplicatum fuerint comparare. Deinde per additionem omnes diuersis locis subscripte figure in vnam summam colligende sunt: que est numerus productus.

6
543
18
24
30
3258

Vt sit numerus 6 multiplicandus per 543. Duco 3 in 6 et prouenit 18: quem subscribo primo loco. Deinde duco 4 in 6 et prouenit 24: quem scribo sub secunda multiplicantis figura inferiore loco. Postremo duco 5 in 6 et prouenit 30: tertio loco et inferius scribendus. Omnes deinde producti sigillatim in vnam summam hoc modo colligantur. In primo ad dexteram loco solū 8 ponitur: et linee subducte subiiciendus est. In secundo 1 et 4 simul iuncti faciunt 5/ secundo loco supponendum. In tertio 2 et circularis figura supposita solum reddunt 2: tertio loco subdendum. In quarto vero loco ternarius solus collocatur: et linee ducte itidem subscribendus est. Totusq; productus est 3258.

Cum vterq; numerorum multiplicationis est cōpositus: quelibet figura mul 6
tiplicantis ad omnes multiplicati sigillatim comparetur. Et quod ex pri-
ma multiplicantis in singulas multiplicati prouenerit: ponatur in vno limi
te sub prima multiplicantis incepte et ad sinistrum porrecte. Et quod ex
secunda: collocetur directe sub secunda/ sed inferiore loco. Et quod ex ter
tia: sub tertia tamen inferiore situ/ vt vltima docuit regula: simul obseruan
do quod precepit penultima. Expleta vero omnium comparatiōe colligā
tur omnes sparsim subsignati numeri in vnam summam: que est numerus
productus.

36
24
144
72
864

234
23
702
468
5382

Sit numerus 36 multiplicādus per 24. duco 4 (que prima est multiplicātis figura) in 6: et fit 24/ cuius primam notam 4 subsigno et alteram mente recondo. Deinde duco 4 in 3 et fit 12: cui addo 2 ante seruatum et fit 14/ quem totum subscribo per quartam regulam. Postea duco 2 (que secunda est multiplicātis nota) in 6 et prouenit 12: cuius primam notam 2 scribo inferiore loco sub secunda figura multiplicātis/ et alteram seruo. Postremo duco 2 in 3 et prouenit 6: cui addita vnitas prius seruata efficit 7/ quem adiungo alteri ad sinistram. Deinde in vnum colligo numerorum passim productorum summam: que est 864. Eodem ordine si 234 multiplicetur per 23: comparando primo 3 primam multiplicantis ad quamlibet trium multiplicati/ et productos vno limite subsignando. Deinde 2 secundam multiplicantis ad quamlibet trium multiplicatorum: et ꝓductos inferiori limite describendo. Postea duorum limitum per additionem summam colligendo: prouenit numerus productus 5382.

246
20
000
492
4920

Si in numero multiplicante aut multiplicato occurrit circularis nota: siue mul 7
tiplicando ad eam comparetur alia consimilis nota siue figura numeralis:
subsignanda est eius loco huiusmodi semper circularis figura.

220
14
880
220
3080

3040
200
0000
0000
6080
608000

Exemplū vbi ponit̄ in multiplicāte et nō multiplicato. vt numer⁹ 246 multiplicet̄ per 20/ prima multiplicātis nota in quālibet triū figurarū multiplicati ducta/ nō ꝓducit nisi o tet subsignandum. Deīde secūda multiplicātis in quālibet triū notarū multiplicati ducta/ et collectiōe amborū limitū p additionē facta: ꝓueniet ꝓduct⁹ 4920. Exēplū vbi cōtra ponit̄ in multiplicato et non multiplicāte: vt nūerus 220 multiplicet̄ p 14. Ex ductu prime note multiplicātis in notā circularē: solū ꝓueniet nota circularis/ in pricipio primi limitis subsignāda. Sil'r ex ductu secūde figure multiplicantis in eādē notā: eadē ꝓueniet in pricipio secūdi. Et amborū limitū completorum numeris in vnum collectis: proueniet summa 3080. Exemplum vbi ponitur in multiplicante et multiplicato: vt numerus 3040 multiplicetur per 200. Prima nota numeri multiplicatuis in omnes multiplicati figuras siue circulares siue alias ducta: totū primū limitē cōstituet ex notis circularib⁹. Et secūda itidē ad oēs cōpata totū scdm. Tertia vero nūeri multiplicātis nota q̄ significatiua ē ꝑrio et

tertio sui limitis loco producet o: sicut eisdem locis sunt in multiplicato. Et tribus in vnum limitibus collectis (nam notarum circularium loca seruanda sunt; et in additione vbi nulla est figura significatiua/ predictis notis signanda) prouenit tota summa 608000.

8 Si in multiplicante et multiplicato plures fuerint huiusmodi circulares note et solum vna numeri significatiua figura in fine vtriusq;: sufficit figuram significatiuam vnius per figuram alterius multiplicare/ productumq; ad sinistram subscribere: et omnes circulares notas tam in multiplicante q̃ multiplicato repertas ad dextram ipsi producto adiicere.

Vt numerus 500 multiplicetur per 20. Duco 2 notam numeralem multiplicantis in 5 postremam multiplicati: et prouenit 10/ cui deinde addo ad dextrã tres notas circulares: q̃ due erant i multiplicato et vna in multiplicante/ et totus productus est 10000. Similiter si 6000 multiplicetur per 30: duco 3 in 6 et prouenit 18/ quẽ scribo ad partẽ sinistram; eiq; adiicio quatuor notas circulares/ q̃ tres fuerint in multiplicato et vna in multiplicante; fietq; productus 180000.

500
20
10000

6000
30
180000

De duplatione.

1 Duplatio est numeri ad datum numerum dupli assignatio. Triplatio ad propositum tripli designatio. Quadruplatio: quadrupli. et ita deinceps per species multiplicis procedendo.

Omnes iste et consimiles species sub multiplicatione continentur: eademq; lege (qua multiplicatio) fiunt. vt sequens regula cum exemplis ostendet.

78
156 Duplus.

48
144 Triplus

24
96 Quadrupl.

2 Siquis propositum numerum duplare velit: eum per duo multiplicet/ et producetur duplus. Si triplare: multiplicet per tria/ si quadruplare: per quatuor. Et ita deinceps.

Vt sit numerus 27 duplandus: duco in ipsum/ binarium per tertiam et quartam regulã multiplicationis/ et prouenit 54 eius duplus. In eundem ducendo ternarium: producitur 81 eius triplus. Postremo si idẽ per 4 multiplicetur: producetur 108 eius quadruplus. Et ita de quincuplo et sescuplo dicendum est: ducendo numerum denominantem multiplicis in numerum propositũ cuius queritur talis multiplex. Et tam in scriptura q̃ calculis fiunt he species a dextra parte incipiendo et in sinistram tendendo. Verũ in calculis proceditur a maioribus numeris ad minores; in scriptura vero contra a minoribus ad maiores.

27
2
54

27
3
81

27
4
108

De progressione.

1 progressio est numerorum equaliter a se distantium/ et equali dimisso interstitio sumptorum in vnam summam collectio. Et vt precedentes ad multiplicationem reducitur.

Equaliter a se distant numeri: cum eorum differentie sunt equales: vt 2.3.4.5.6. quorum quilibet a proximo sola distat vnitate. Quo fit vt solum inter numeros constituentes continuam medietatem arithmeticam fiat progressio: completurq; additione et multiplicatione/ vt sequentes regule ostendent.

2 Si numerorum equidistantium et continuo ordine dispositorũ series est par: iungatur eorum primus cum vltimo/ et aggregatum ex eis multiplicetur per medietatem numeri ipsius seriei. et quod prouenit/ est illorum summa: quod per additionem quoq; facile constat.

He regule veritatẽ habent: siue dati numeri vnitate/ siue binario/ aut alia quacunq; differentia inter se distant. Preterea siue ab vnitate / aut alio quouis numero eorum sumatur exordium. Vt sint dati numeri 1.2.3.4. quorum series est par/ nam sunt quatuor. Iungo vnitatem cum 4 primũ cũ vltimo: et fit 5/ quẽ multiplico per binarium qui est medietas numeri seriei: producitur q; 10/ omnium aggregatorum summa. Similiter sint dati quatuor alij: 2.4.6.8. Iungo primũ cũ vltimo sc;

2 cum 8/et fit 10:quem multiplico per binarium/qui medietas eſt numeri ſeriei:ꝓuenitq; 20/ datorum ſimul ſumptorum(vt additio oſtendit)ſumma.

Si numerorum equidiſtantiū et continuo ordine ſumptorū ſeries eſt impar: 3
multiplicetur numerus ſeriei per numerū datorum mediū/ et numerus qui producitur eſt tota illorū ſumma. Et id quoq; facile additio ꝓdit.

Numerū ſeriei voco numerū explicantē quot in ea ſerie ſunt numeri. Numerū vero medium: qui equidiſtat ab extremis. vt ſint dati numeri: 1.2.3.4.5: illius ſeriei quinarius eſt numerus/ q; quinq; dati ſunt numeri: ternarius vero medius eſt. Itaq; multiplico 5 numerū ſeriei per 3 numerū mediū et ꝓducitur 15 qui eſt tota eorū ſūma. Ita denī quinq; alij: 2.4.6.8.10. multiplico 5 numerū ſeriei per 6 numerū mediū: et ꝓuenit 30/oim cōnumerorū ſūma. Et ſi dati fuerit 3.5.7. multiplico 3 numerū ſeriei per 5 numerū mediū: et ꝓueniet 15/qui eſt datorū numerorū ſimul ſumptorū ſumma.

Diuiſionis regule.

In diuiſione figurali/numerus diuidendus primo notandus eſt. Deinde du= 1
ctis duabus lineis/eo diſtantibus interuallo vt inter eos alius ſcribi poſſit numerus: ipſe diuidens ſubſcribatur/ad ſiniſtramq; locetur. In illarū autē linearum ſpacio ſcribendus eſt numerus denominans quotiens diuidens eſt in diuiſo. Et is eſt qui queritur.

48
16
3

Vt ſi 48 debeat diuidi per ternarium: ſuperiori parte 48 collocandus eſt/deinde due linee ducēde a ſe inuicem aliquantula intercapedine diſtantes: vt ipſis poſſit inſcribi numerus/ et numerus diuidens 3 inferiori linearū ſubſcribendus eſt ad ſiniſtrā: quoniā ab ea parte diuidens ſenſim in dextram transferendus eſt/quandoquidē in figurali ſicut et calculari diuiſione a maioribus numeris ad minores procedatur. Poſtremū lineis illis inſcribendus eſt numerus ex diuiſione prouueniens: ſiue denominans quoties diuidens eſt in diuiſo/qui eſt 16. At cum in diuiſione numerus diuidendus debeat eſſe compoſitus et diuidente maior/ea bifariā fit. primo cū diuidēs eſt ſimplex et vna nota expreſſus. Secūdo cū idē eſt compoſitus pluribuſq; notis ſignatus.

Si diuidens eſt ſimplex: ſubſtrahatur quotiens poteſt ab vltima ad ſiniſtram 2
figura numeri diuidendi/ſi modo hec maior fuerit. Et quoties ablatus fuerit: ſignetur directe ſub prima figura numeri diuidendi inter duas lineas. Et ſiqd ablatiōe facta ſupeſt minus diuidente: ſcribatꝰ ſup figurā a qua facta eſt ablatio. Deinde ab eo reſiduo cum ſequente figura iterum quoties poteſt auferatur diuidens/et quoties ablatus fuerit: lineis interſcribatur: donec ad extremum dextre partis peruentum fuerit.

1
36
18
2

Vt ſit 36 numerus diuidendus per 2. Subſtraho 2 ſemel a 3 prima ad ſiniſtram nota diuidendi: et lineis inſcribo vnitatem. At vnitatem ex prima reſiduam ei ſuprāſcribo/et comparo ad ſecundā numeri diuidendi notam: cum qua facit 16. A quo numerum diuidentem octies ſubſtraho: et ſigno in medio 8. Itaq; numerus ex diuiſione prouenienseſt 18: et totiens eſt numerus 2 diuidēs in 36 numero diuidendo. Aliud exemplum. ſit 48 numerus diuidendus per 3. Subſtraho ſemel 3 diuidentem a 4 prima ad ſiniſtram figura diuidendi et lineis inſcribo vnitatem. Reſiduam vero vnitatem prime note ſupraſcribo ei et comparo ad ſecundam cum qua facit 18/a quo ſexies 3 ſubſtrahi poteſt. Inter lineas itaq; ad dextrā noto 6 et totus numerus ex diuiſione prouueniens eſt 16.

1
48
16
3

Completa diuidentis a qualibet diuidendi cum precedentis (ſi quod fuerit) 3
reſiduo/ſubſtractione: numerus duabus lineis īterceptus eſt numerus ex diuiſione prouueniens. Et ſiquid conſummata diuiſione ſuperauerit: extra ad dextrum latus ſignandum eſt/cum annotatione quota pars aut quot et quote partes ſunt/numeri diuidentis.

Vt sit numer⁹ 465 diuidēdus per 4. Quia numerus diuidēs semel a prima diuidēdi nota substrahitur nullo restāte: et semel itidē a secūda sed restāte binario qui et suprascribēdus est / et ad ternā cōparat⁹ efficit 25: a quo diuidēs sexies substrahit̄ remanēte vnitate. Ideo nūerus ex diuisiōe puenīens est 116 et vna q̄rta diuidētis. Est enī superās vnitas q̄rta pars q̄ternarij. Ita si nūer⁹ 786 diuidat̄ per 4: ex regula p̄cedēte cognoscet̄ ex diuisiōe puenire 196 et vna secūda / sc3 binarius que est secūda pars siue medietas q̄ternarij. Et illa extra signat̄ per duos numeros linea itercecta distinctos: quorū supior designat nūerū an vna sit an plures / scda vero denoiationē an scda sit vel tertia

2 / 465 / 116 / 4 1/4

3 2 / 786 / 196 / 4 2/4

4 Cū vero prima ad sinistrā aut quelibet media figura diuidēdi minor est q̄ diuidēs: auferat̄ ab illa mediū diuidētis. Et si medietate mior fuerit: ab illa et sequente / diuidētis auferat̄ medietas sumendo a sequēte numero quinq3. Et mente teneat̄ denoīans illam ablationē scilicet 5 / addēdus denominanti ex sequenti substractione prouenienti: eiq3 adiunctus subscribendus est dexteriori figure a qua posterius facta est subductio.

Vt sit 29 diuidēdus p̄ 4: aufero a prima nota numeri diuidēdi medietatē diuidētis / et huiusce ablationis denoiantē sc3 5 (nā mediū loci sinisterioris est 5 in p̄ximo loco dexteriori) mente seruo De inde aufero 4 bis a secūda nota numeri diuidēdi: et binariū illā ablationē denoiantē adiūgo quinario prius mente seruato / et fit 7 quē lineis iterpono sub dexteriore figura sc3 9: a qua vltimo facta est substractio et supest vna q̄rta. Similiter sit 19 diuidēdus per 3 / quia prima nota numeri diuidendi est minor medietate diuidētis: sumo ex secūda nota quinariū qui cū prima facit medietatē ternarij. Et huius ablatiōis denoiantē sc3 5 mēte seruo. Deinde a residuo secūde note quod remāsit sublato 5 / scilicet a quaternario remoueo semel diuidētē: et vnitatē eā substractionē denominātē addo ad 5 mente seruatū fitq3 totus ex diuisiōe p̄ueniens 6 ad dextrā scribendus cū vna tertia.

29 / 7 / 4 1/4

4 / 19 / 6 / 3 1/3

5 Si ablata medietate diuidentis ab aliqua figura numeri diuidendi nō maneat illo loco aliquod integrū sed solū medietas vnius: qui in loco dexteriore valet quinq3. illa addenda est sequenti figure numeri diuidendi: et ex ambobus integer numerus constituendus est / et ab eo substractio facienda.

Vt sit nūer⁹ 246 diuidēd⁹ p̄ 3 / a prima ad sinistrā nota numeri diuidēdi remoueo medietatē diuidētis sc3 vnū cū dimidio / illi⁹ remotiōis denoiantē sc3 5 mēte seruo et residuū illius prime note sc3 medietatē vnius transfero ad sequentē figurā sc3 4 / et ei in suo loco scilicet secundo suprascribo in quo valet quinq3: cui adiuncta secūda nota scilicet 4 facit 9 / a quo ter substraho diuidentē et ternarium denominantem quinario prioris substractionis denominanti addo / fitq3 8 sub secunda figura diuidendi inter lineas scribendus. Deinde substraho eundem diuidentem ab vltima diuidēdi figura scilicet 6 bis et binarium denominantem ei inter lineas suppono. Estq3 totus ex diuisiōe proueniens 82. Et hec cum precedente magnum requirit vsum.

5 / 246 / 82 / 3

6 Q̄ si prima et secunda figura numeri diuidendi minor est q̄ vt ex eis sumatur medietas diuidentis: resoluenda est per intellectum prima ad sinistram in minores suas partes. quibus conspectis facile constat quoties in eis est diuidens: quemadmodū in calculis fieri q̄ apertissime liquet.

Vt si numerus 22 sit diuidendus per quinq3: prima et secunda figura iūcte non faciūt medietatem diuidentis que est duo cum dimidio / nam prima quidem figura duo significat: secunda vero non dimidium vnius precedentis loci complectitur quod est quinq3 / sed solum binarium. Idcirco prima ad sinistram existimanda est vt 20 a quo quater substrahitur quinq3. Hinc 4 lineis intercipiēdus et interponendus est / manētibus duabus quintis residuis. Ita si 34 diuidendus sit per 7 quia prima ad sinistram nota cum secunda: non continent medium diuidentis / hinc prima eius nota que valet 30. diducenda est et resoluenda in partes minores: inuenietur q3 in 30 quater 7 et due septime. quare in 34 reperitur 7 quater et superant sex septime. Quod longe facilius in calculis perspicitur.

22 / 4 / 5 2/5

3 4 / 4 / 7 6/7

7 Si consūmata substractione superest in loco extremo ad dextrū nota circularis in numero diuiso: illa addēda est numero denoianti in eadē parte. Siue

ro vltimo loco numeri diuidendi ad dextrum superest numerus minor diuiso: ille extra signandus est: et eius loco in denominante circularis nota signanda.

2
600
150
4

Vt sit numerus 600 diuidēdus per 4/ substraho semel 4 a 6: et lineis eodē loco inscribo 1 superantē vero binariū suprascribo in eodē primo loco: qui cōiūctus note circulari secūdo loco posite cōstituit 20 a quo quinquies aufero numerū diuidetē 4: et lineis quinarij notā iterpono. Et loco note circularis restātis in numero diuidēdo/ interfero lineis ad dexterā etiā notā circularē. Estq; totus ex diuisione pueniēs 150. Exemplū secūdi vt sit numerus 363 diuidēdus p 4/ substraho a 3 medietatē 4: et restantē vnitatē eodē loco suppono. Factā aūt ablationē denominantē quinariū mente seruo. vnitatē vero primo loco residuā adiungo secūde note diuidendi sc; 6 et reddit 16: a quo substraho numerū diuidentē quater/ et illū quaternatium adiungo quinario prius seruato facitq; 9: quē sub secūda oota diuidedi lineis inscribo. Et loco numeri in diuidēdo superantis (q; diuidete sit minor) signo in denominante ad sinistram notam circularem/ minorem autem numerū extra signo: et diuidentem suppooendo.

1
363
90
4 3
4

Idemtidē cū medio loco occurrit in numero diuiso numerus a quo diuidens 8
substrahi nō potest/ a quo itidē et sequēte nō potest medietas diuidētis au
ferri: eo loco in numero denoiante signāda est nota circularis. Et transferen
dus diuidēs ad vlteriorē locum: auferendusq; a duobus cōiuncti sumptis.
Quod sepius faciendū occurrit: vbi ab vna sola diuidendi figura nō potest
diuidens auferri. Eadē regula de circulari nota in medio posita itidem in
telligatur

624
106
6

Vt sit oumer⁹ 624 diuidēd⁹ p 6. Substraho semel diuidētē a prima diuidēdi nota/ et iter lineas signo vnitatē. Et quia a sequēte nota nō potest substrahi diuidēs neq; eius medietas / imo a scda et tertia nō potest substrahi diuidētis medietas: idcirco in denoiante ānotāda est prius scripte vnitati circularis nota ad dexterā. Deide diuidēs a scda et tertia notis diuidēdi cōiūctis substrahēd⁹ est/ et ab eis sexies auferī: quare postremo ad dexterā loco in denoiante notād⁹ est 6. Eritq; totus ex diuisiōe pueniēs lineis intermedius/ 106. Sit nūer⁹ 604 diuidaī p 3. Aufero a 6 prima nūeri diuidendi nota bis 3/ et signo denoiantē 2/ cui ad dexterā adiūgo circularē figurā respondētē eidē note i diuidēdo. Deide trāslato ad dexterā diuidēte/ aufero eū semel ab vltima ad sinistrā diuidendi numeri nota: et signo denominantem vnitatem superatq; vna tertia. Itaq; totus ex diuisione proueniens est 201 et vna tertia.

604
201
3 1
3

Si vero ad diuidentē addatur vna aut plures note circulares: solū figura nume 9
ralis diuidētis auferēda est a figuris diuisi. Debetq; āte tot diuisi dexterio
res figuras cessare diuisio: quot sunt in diuidente circulares note. Et resi
due diuisi figure signentur extra cū diuidēte/ tanq̄ residue. Ipsi autem de
nominanti non sunt apponende circulares note.

1111
40600
1353
3 10
30

Vt sit nūer⁹ 40600 diuidēd⁹ p 30. Remoueo semel 3 a 4 et signo denoiantē 1. Residuā aūt vnitatē iūgo cū sequēti nota circulari et reddit 10/ a quo ter substraho diuidētē 3: et denoiantē 3 iter lineas colloco. Rursū vnitatē residuā ad 6 tertiā diuidēdi notā cōparo/ cū qua facit 16: a quo quiqes aufero diuidētē 3/ et signo denoiantē 5. Iterū residuā vnitatē iūgo ad sequētē in nūero diuidēdo notā circularē: cū qua reddit 10/ a quo ter substraho dioidētē 3: et signo denoiantē 3. Postremo residua vnitas cū postrema oota circulari efficit 10: a quo nō potest āpli⁹ substrahi diuidēs/ sed extra cū diuidēte signād⁹ est. Sit nūerus 4326 diuidaī p 100. Substraho vnitatē diuidētē a 4 prima diuidēdi nota 4/ quater: et signo pro denoiante 4. Eundē diuidentem detraho ipsi 3 secunde diuidendi note ter et p denoiante lineis iterpono 3. A residuis aūt duab⁹ diuidēdi notis ampli⁹ nō potest substrahi diuidēs: sed extra signāde sūt cū diuidēte. Et ex diuisiōe pueniet 43 et 26 centesime.

4326
43
100
26
100

Cum diuisor ex multis cōponiī figuris: vltima diuidentis sub vltima diuisi et
penultima sub penultima ad sinistrū collocāda est. Substrahendaq; extre 10
ma diuidētis ad leuā ab extrema diuisi sibi respōdēte: nō quidē seper quo=

ties poteſt/ſed quoties ſequentes figure diuidentis a figuris diuiſi ſibi reſpondentibus ſubſtrahi poſſunt. Et completa vna omniũ ſubductiõe: ſcribendus eſt numerus denominãs ſub vltima ad dextrã/a qua facta eſt ſubſtractio. Deidein dexteriorẽ ptẽ trãſferende ſũt diuidẽtes figure: quouſq; cõſũmata fuerit diuiſio/tũcq; cõſpicietᷣ nũerus denoiãs lineis ĩterceptus.

Sit numerus 6438 diuidẽdus p 24. Subſtraho 2 primã diuidẽtis bis a prima diuiſi/et ſuperãtẽ illius prime note binariũ et ſuprafcribo/cõparoq; ad ſecundã diuidendi figurã cum qua facit 24: a quo etiã bis remoueo 4/ſecundã diuidẽtis notã: et totius ſubſtractiõis denoiantẽ binariũ lineis interſero. Reſiduũ vero 16 ſuprafcribo: a quo primã diuidẽtis notã ſc; 2 aufero ſexies/ et reſtat 4 ſuprafcribẽdus. qui cõparatus ad tertiã diuidẽdi notã ſc; 3 facit 43: a quo ſexies aufero ſecũdã diuidentis notã ſc; 4/et remanet 19 ſuprafcribẽdus/totiuſq; iterũ ſubſtractiõis notã ſc; 6 interſero lineis. Rurſũ a reſiduo 19 ſubſtraho primã diuidẽtis notã ſc; 2/octies: et reſtat 3. quẽ ſuprafcriptum cõparo ad vltimã diuidendi notam in parte dextra/et ſemel efficit 38. a quo toties ſc; octies remoueo ſecundã diuidẽtis notã ſc; 4/et denoiante toti⁹ ſubſtractiõis lineis ĩſcribo. Reſiduũ vero ſenariũ extra ſigno cũ diuidẽte. Tot⁹ itaq; numerus ex diuiſiõe ꝓueniẽs eſt 268 et ſex viceſimequarte.

38
19
43
16
24
6438
268
24
6
24

11 Si non toties poteſt ſecũda diuidẽtis figura a ſecũda diuiſi ſubſtrahi aut quelibet ſequens/quoties prima a prima: tentetᷣ ante diuiſionẽ ſi prima vno minus q̃ omnino poſſet ſublata/ſecũda toties poſſet a ſua ſubſtrahi. Q; ſi nõ: videatur an duabus vicibus minus ſublata/ſecũda toties ſuſtolli poſſit. Deinde an tribus/poſtea an quatuor: quouſq; ad eum perueniatur numerũ ſecundũ quem omnes diuidentes figure a ſibi reſpondentibus diuiſi figuris equaliter auferantur.

Vt ſit nũer⁹ 98 diuidẽd⁹ p 16. Poſſet qdẽ prima diuidẽtis auferri nouies a prima diuiſi: ſed ſcd̃a diuidẽtis a ſcd̃a diuiſi toties auferri nõ poſſet/imo ne ſemel qdẽ. Poſſet et octies prima a prima auferri ſed nõ toties ſcd̃a diuidẽtis a reſiduo ſc; 18 detrahi poteſt. Poſſet et ſepties prima a prima auferri ſed ſcd̃a diuidẽtis nõ totiẽs a remanẽte 28 detrahi valeret. At ſi ſexies auferatᷣ prima diuidẽtis a prima diuidẽdi: ſcd̃a a reſiduo ſc; 38 toties poterit auferri. Idcirco auferatᷣ vnitas prima diuidẽtis/ſexies a 9 prima diuidẽdi: et eodẽ loco ei ſupſcribatᷣ 3/qui cũ 8 ſcd̃a figura diuidẽdi facit 38: a quo 6 ſecũda figura diuidẽtis itidẽ ſexies auferatᷣ/et lineis iterponatᷣ denoians 6. Deide reſiduũ binariũ extra ſigno cum diuidente. Et prouenit ex diuiſione: 6 cum duabus decimiſextis.

3
98 2
6 16
16
2
84
6
14

12 Si prima diuidẽtis figura ſublata a prima diuiſi / manet aliquid reſiduũ: illud ſupſcribatᷣ prime diuiſi/et intelligatᷣ in eodẽ quo diuiſũ eſt loco. Deide ſecũda figura diuidẽtis ſubſtrahẽda eſt ab eo reſiduo ſũpto cũ ſequẽte figura diuiſi. Cũ vero ĩtegrũ ab ĩtegro ſubſtrahi non poteſt: ſubducatur medium cuiuſlibet diuidentiũ a ſua ſuperiore figura/vt prius dictũ eſt. Et quod cõpleta diuiſione ſupereſt: ſignetur extra/ductaq; linea intermedia ei ſupponatur diuiſor.

Vt ſit 465 diuidẽd⁹ p 19. Aufero bis 1 primã diuidẽtis notã a 4 prima diuiſi: et ſupeſt 2 ipſi prime note ſupſcribẽd⁹. Et hic binari⁹ cũ 6 ſcd̃a diuidẽdi nota facit 26: a quo itidẽ bis aufero 9 ſcd̃am diuidẽtis notã/et ſigno denoiantẽ 2 ſub ſcd̃a nota diuidẽdi. Deide ab 8 reſiduo ſubſtraho priã; diuidẽtis q̃ter/et reſiduũ q̃ternariũ eodẽ loco ſupſcribo: q cũ tertia diuidẽdi nota q̃ ẽ 5 facit 48/a quo etiã q̃ter remoueo ſcd̃am diuidẽtis notã ſc; 9. ſignoq; inter lineas denoiantẽ 4/et 9 reſiduũ extra ſigno cũ diuidẽte. Itaq; totus ex diuiſione prouenient numerus eſt 24 et nouẽdecimenone.

4
2 8
465
24
19 9
19

12 Si prima ad ſiniſtrã figura numeri diuidẽtis a ſua ſupiore ſubſtrahitᷣ manente reſiduo: alie vero a ſuis ſubſtrahuntᷣ quidem/ſed nullo manẽte reſiduo: vbi vacuus eſt locus in numero diuidendo ſignanda eſt circularis nota. et adiũcte ſibi figure comparanda.

2
1 0
2 2
465
1 9
24 9
24

Sit numerus 465 diuidendus per 24. Subſtraho ſemel 2 a 4 primã a prima/et reſiduũ binarium ſupraſcriptũ ad ſequẽtẽ cõparo notã: faciũtq; 26 A quo ſemel ſubſtraho 4 ſecũdã diuidẽtis notã: et ſupereſt 22/ſignoq; inter lineas denoiantẽ ſcilicet 1. Deinde a primo ad ſiniſtrã binario ſupraſcripto remoueo prime diuidẽtis note medietatẽ:et reſiduam vnitatẽ ſupraſcribo. Sic a ſcdo binario ſuppoſito remoueo medietatẽ ſecũde diuidẽtis/et nichil eſt reſidui: ꝓpterea ei ſuppono notã circularẽ/et hui⁹ ſubſtractiõis ſc; 5 denoiantẽ mẽte retineo. Poſtremũ a 10 ſuperſcripto remoueo quater primã diuidẽtis notã/et reſiduũ binariũ note circulari ſuperſcribo: qui ad tertiã diuidendi notã cõparatus efficit 25. A quo etiã quater aufero ſcdam diuidẽtis notã: et ipſũ denoiantẽ ſc; 4 cũ quinario prius ſeruato cõiũgẽdo/conſtituit 9 lineis inſcribendus: reſiduus vero numerus ſc; 9 extra ſignãdus eſt cũ diuidẽte. Eſtq; totus ex diuiſiõe proueniẽs 19 et nouem viceſimequarte.

Si prima ad ſiniſtram figura diuidentis poteſt ſubſtrahi a ſua figura tantũ ſemel/et alie ſimiliter a ſuis ſubſtrahi totiẽs nullo manẽte reſiduo poſſunt: apponẽda eſt numero denominãti illo loco circularis nota/et figure diuidentis in alium ſunt locum transferende. 14

1212
101
12

Vt ſit numerus 1212 diuidẽdus per 12. Subſtraho primã diuidẽtis a prima diuiſi et ſecũdã a ſecũda ſemel/ſignoq; denoiantẽ inter lineas vnitatẽ: cui (q2 nichil eſt reſiduũ) annecto notã circularẽ. Iterũ aufero primã diuidẽtis a tertia diuiſi et ſecũdã a quarta/ſignoq; denoiantẽ vnitatẽ: erit vtiq; totus numerus ex diuiſiõe proueniens 101/nullo prorſus reſiduo. Et idem eſt ſi prima diuidentis ſubſtrahatur bis aut ter aut quotiens libet: dummodo ſequentes totiens auferantur et nullo vtrobiq; reſiduo remaneãte.

Cum fere ad finem vſq; peruentum fuerit et ſolũ vna reſtat figura numeri diuidendi aut plures/ſed a quibus integer numerus diuidens ſubſtrahi non poſſit: ille extra limitem ſignentur/ſubducaturq; linea cui ſubſcribatur diuidens. 15

4811
200
4 2
11
24

Vt ſi numerus 4811 diuidẽdus per 24. Aufero 2 primã diuidẽtis a 4 prima diuidẽdi bis/ et toties ſecundã a ſecũda: ſignoq; inter lineas ſub ſecũda diuidẽdi 2. Deinde due reſtant note diuidẽdi ſc; 11/ſed a quibus nõ poteſt totus diuidẽs auferri neq; eius medietas. idcirco extra ſignãde ſunt cũ diuidẽte/ſed tot ad denominantẽ addẽde ſunt circulares note: quot ſunt loca occupata a notis reſiduis a quibus nõ fit diuiſio aut ſubſtractio. Et quia in preſenti exemplo ſunt duo loca ſcilicet primus et ſecundus occupata a notis reſiduis: ideo due addende ſunt circulares note. Et ex diuiſione ꝓueniunt 200 et vndecim viceſimequarte.

Diuiſio figuralis per talẽ multiplicationẽ ꝓbat᷑ et multiplicatio ꝑ diuiſionẽ/ ſicut calcularis dicta eſt cõprobari: vnã per alterã diſquirendo. 16

48
12
4

12
4
48

Vt diuidat᷑ 48 per 4: ꝓueniet ex diuiſione 12. Et an facta diuiſio recta ſit perquirens: multiplicet 12 numerũ ex diuiſiõe ꝓuenientẽ per 4 numerũ diuidentẽ/et producetur 48. Sic ſi 12 multiplicetur per 4: ꝓueniet 48. Qui ꝓductus rurſũ diuidat᷑ per multiplicantẽ 4/et ex diuiſiõe ꝓueniet numerus multiplicatus 12. quare prior diuiſio/et multiplicatio fuit conueniens. ¶ Solẽt autem qui praxim numerãdi determinãt ãnectere alterã ſupputatiõis ſpeciẽ/vtpote radicũ extractionẽ: hoc eſt lateris tetragonici aut cubici inuentionem. Quam cõſulto omiſimus: tum q2 eius cognitio contemplationi potius numerorum q̃ praxi vſuiq; ſit accommoda. Hic autem ea determinanda ſuſcepimus que potiſſimum applicationem ad ſenſibiles ſupputationes/ adaptationemq; habent. Tũ q; ea inueſtigatio/ſi complete fieri debeat diffuſiorem petit q̃ tetragonici aut cubici lateris inueniendi determinationem. Nempe non minus cognitu dignum eſt/regulaſq; requirit trigoni propoſiti aut pentagoni aut cuiuſuis alterius ſpecierum numeri plani latus deſignare q̃ tetragoni neq; potior videtur de hoc q̃ illis facienda determinatio. Tum q2 proxime ſequens libellus hanc radicum ſubductionem cum in tetragonis tum in cubis aperte planeq; oſtendit. Quare de ampliori facienda eiuſdem rei mentione impreſentiarum ſuperſedendum duximus.

¶ Compendij de praxi/arteq; numerandi finis.

Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant.

Mnia que a primeua rerum origine processerunt: ratione numerorum formata sunt/ et quemadmodū sunt/ sic cognosci habēt. Vnde in vniuersa rerū cognitione ars numerā-
o di est operatiua. Hanc igitur scientiā numerandi cōpendiosam philosophus edidit nomine Algorismus: vnde et Algorismus nūcupat̄/ vel ars numerādi/ vel ars introductoria in numerū. ℭ Numerus quidē dupliciter notificatur. Materialiter: vt numerus est vnitates collecte. Formaliter vero: vt numerus est multitudo ex vnitatibus profusa. Vnitas vero est qua vnaqueqꝫ res dicit̄ vna. ℭ Numerorū alius digitus/ alius articulus/ alius numerus cōpositus. Digitus quidē est ois numerus minor denario. Articulus vero est ois numerus diuisibilis in decem partes equales: ita ꝙ nichil residuū sit. Cōpositus siue mixtus est qui constat ex digito et articulo. Et sciendū est ꝙ ois numerus inter duos articulos proximos est cōpositus. ℭ Huius autē artis nouē sunt species: scꝫ numeratio/ additio/ substractio/ mediatio/ duplatio/ multiplicatio/ diuisio/ progressio/ radicū extractio. Et hoc dupliciter: qm̄ in numeris quadratis et cubicis. Inter quas primo de numeratione: et cōsequenter de alijs videamus. ℭ De numeratione prima specie.

St autē numeratio cuiuslibet numeri per figuras cōpetentes artificialis represētatio. Figu-
e ra vero differentia/ locus/ et limes idē supponunt: sed a diuersis rationib⁹ imponūt̄. Figura enim dicit̄ quantū ad linee protractionē. Differētia vero: quia per illā ostendit̄ qualiter figura sequens differat a precedente. locus dicit̄ ratione spacij in quo scribit̄. limes vero quia est via ordinata ad cuiuslibet numeri representationē. ℭ Sciēdū igit̄ ꝙ iuxta nouē limites inueniunt̄ nouem figure significatiue: nouē digitos represētātes/ que tales sunt. 0. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. Decima vero figura dicit̄ theta/ vel circulus/ vel cifra/ vel figura nichili: quia nichil significat. ipsa tn̄ locum tenēs dat alijs significare: nā sine cifra vel cifris purus articulus scribi nō potest. Cū igitur per has nouē figuras significatiuas adiūctas qn̄qꝫ cifre qn̄qꝫ cifris: contingat quēlibet numerū significare: nō fuit necesse plures figuras inueniri significatiuas. ℭ Notandū igitur ꝙ quilibet digitus vna sola figura sibi appropriata habet scribi. Omnis vero articulus per cifram et digitū a quo denoiatur ille articulus/ habet representari: qm̄ quilibet articulus ab aliquo digito denoiatur. vt denarius ab vnitate/ vigenarius a dualitate/ et ita de alijs. Omis quidē numerus in eo ꝙ digitus habet poni in prima: omnis articulus in secunda. Omnis autē numerus qui est a. 10. vsqꝫ ad. 100. vt centenarius excludat̄: duabus figuris habet scribi. Si sit articulus: per cifram primo positā et figurā scriptā versus sinistrā/ que significat digitū a quo denoiatur articulus. Si vero sit numerus compositus: primo scribat̄ digitus qui est pars illius numeri cōpositi/ et sinistretur articulus vt prius. Omnis vero numerus qui est a. 100. vsqꝫ ad mille vt millenarius excludatur: per tres figuras habet scribi. ℭ Notandū est ꝙ quelibet figura primo loco posita significat tantū suū digitum. secundo decies suum digitū. tertio centies suū digitū. quarto millesies suum digitū. quinto decies millesies suū digitum: et sic in infinitū multiplicando per hec tria. 10 100. 1000. que tn̄ oēs in hac cōprehendunt̄ maxima. Quelibet figura sequēti loco posita: decies tantū significat quantū in precedēti. ℭ Et sciendū ꝙ supra quālibet figurā loco millenarii positā cōpetenter potest poni quidā punctus: ad denotandū ꝙ tot millenarios debet vltima figura representare quot fuerint puncta pertrāsita. Sinistrorsū scribimus in hac arte more arabū huius scientie inuentorū. vel hac ratione et meliori: vt in legēdo cōsuetū ordinē penitus obseruātes/ maiorē numerū preponamus. ℭ De additione secūda specie.

Dditio est numeri vel numerorū aggregatio: vt videat̄ sūma excrescens. In additione duo
a sūt ordines figurarū/ et duo numeri ad min⁹ necessarii: scꝫ numer⁹ addēdus et numer⁹ cui debet fieri additio. Numerus addendus est ille qui debet addi ad aliū: et debet scribi inferius. Numerus cui debet fieri addirio est ille qui recipit additionem alterius: et debet scribi supra. Cōpetentius est tn̄ vt minor numerus subscribatur et maiori addatur: q̄ econuerso. et siue sic fiat siue sic: semper idem prouenriet. Si velis igitur numerū numero addere: scribe numerū cui debet fieri additio in superiori ordine per suas differentias/ numerū vero addendū in inferiori per suas differētias. Ita ꝙ prima inferioris ordinis sit sub prima superioris/ secūda sub secūda: et sic deinceps. Hoc facto addenda est prima inferioris ordinis prime figure superioris. Ex tali igit̄ additione aut excrescit digitus/ aut articulus/ aut numerus cōpositus. Si digitus: loco superioris delete scribatur digitus excrescens. Si articulus: loco superioris delete scribatur cifra/ et transferatur digitus a quo denominatur articulus ille versus sinistrā. Vel addatur proxime figure sequenti si sit figura sequēs. Si nulla: ponatur in loco vacuo. Si autē contingat ꝙ figura sequens cui debet fieri additio articuli sit cifra: ea deleta loco eius scribatur articulus. Si autē contingat ꝙ sit figura nouenarii et debet ei

addi vnitas: loco nouenarii ſcribatur cifra/ et ſiniſtretur articulus vt prius. Si vero numerus cōpoſitus: loco ſuperioris delete ſcribatur digitus qui eſt pars illius numeri cōpoſiti/ et ſiniſtretur articulus vt prius. Hoc facto addenda eſt ſecunda ſecūde: et negociandum eſt per omnia vt prius. Notandum eſt ꝙ in additione et in omnibus ſequētibus ſpeciebus quando vna alteri directe ſupponitur: vtendū eſt qualibet ac ſi per ſe poneretur. ¶ De ſubſtractione tertia ſpecie.

ſ Vbſtractio eſt propoſitis duobus numeris maioris ad minorem exceſſus inuētio. Vel ſubſtractio eſt numeri a numero ablatio: vt videatur ſumma relicta. Minor quidem de maiori vel par de pari ſubſtrahi poteſt: maior autē de minori nequaq̄. Ille quidē numerus dicitur maior: qui plures habet figuras dūmodo vltima ſit ſignificatiua. Si autem tot ſint vnitates in vno quot in reliquo: iudicādū eſt per vltimas vel per penultimas. ¶ In ſubſtractione duo numeri ſunt neceſſarii ſcʒ numerus ſubſtrahendus et numerus a quo debet fieri ſubſtractio. Numerus vero ſubſtrahendus in inferiori ordine ſcribendus eſt per ſuas differentias. Numerus autem a quo debet fieri ſubſtractio/ in ſuperiori/ ita ꝙ prima ſub prima/ ſecunda ſub ſecunda/ et ita deinceps. Subſtrahe igitur primam figuram inferioris ordinis a figura ſibi ſuprapoſita: et illa inferior aut erit par ſibi ſuprapoſite/ aut maior aut minor. Si par: loco eius ſcribatur cifra prope figuras ſequentes ne minus ſignificent. Si maior erit ſuprapoſita: deleantur ab ea tot vnitates quot continet inferior figura/ et reſiduum loco eius ſcribatur. Si minor: quia maior de minori ſubſtrahi nō poteſt/ mutuetur ergo vnitas a figura ſequenti/ que valet. 10. reſpectu precedentis. Ab illo igitur denario et a figura a qua debuit fieri ſubſtractio ſimul iunctis ſubſtrahatur: et reſiduū ponatur in loco figure delete Si autem figura a qua mutuanda eſt vnitas ſit vnitas: loco eius ea deleta ſcribatur cifra/ ne ſequentes figure minus ſignificent. deinde operare vt prius. Si autem figura a qua mutuāda eſt vnitas ſit cifra: accede vltra ad figuram ſignificatiuam et ibi mutua vnitate/ et in reſiduo loco cuiuſlibet cifre pertrāſite ponatur figura nouenarii. Cū igitur peruentum fuerit ad illam figuram de qua intendiſtu: remanet tantū denarius. ab illo ergo denario ſubſtrahe vt prius. Ratio autem quare cuiuſlibet cifre pertranſite relinquatur figura nouenarii: hec eſt. Si a tertio loco mutuetur: illa reſpectu figure a qua debuit fieri ſubſtractio valuit 100. ſed loco cifre pertranſite relinquit. 9. que valet 90. vnde remanet tantū denarius. et eadem eſt ratio ſi a quarto vel quinto. et ſic deinceps mutuetur vnitas Hoc facto ſubſtrahe ſecundum inferioris ordinis a ſuo ſuperiori et negociandum eſt vt prius.

¶ Sciendum eſt ꝙ tam in additione q̄ in ſubſtractione poſſumus bene a ſiniſtris incipere operari redeūdo vſq; ad dextram: ſed vt docebatur fiet commodius. Si autem probare velis vtrum bene feceris necne: figuras quas prius ſubſtraxiſti adde ſuperioribus. et occurrunt figure quas prius habuiſti/ ſi recte feceris. Similiter in additione qū omēs figuras addidens: ſubſtrahe eaſdē quas prius addidiſti/ et redibunt eedem figure ſi recte feceris. Eſt eni ſubſtractio additionis probatio et ecōuerſo. ¶ De mediatione quarta ſpecie.

m Ediatio eſt alicuius numeri medietatis inuentio: vt videatur que et quanta eſt illa medietas. In mediatione tantum vnus ordo figurarum eſt neceſſarius: ſcʒ numerus mediandus. Si velis ergo aliquem numerum mediare: ſcribatur ille numerus per ſuas differentias/ et incipe a dextris ſcʒ a prima figura verſus dextrā: ſi illa fuerit ſignificatiua. aut igitur repreſentat vnitatem aut alium digitum. Si vnitatem/ loco eius delete ponatur cifra prope figuras ſequentes: ne minus ſignificent. Et ſcribatur illa vnitas exterius in tabula: vel reſoluatur vnitas illa in 60 minuta/ et medietas illorum 60 abiiciatur: et reliqua reſeruetur exterius in tabula. ſcʒ 30. Vel ſcribatur figura dimidii cum titella ſic d'. Sciendū tamen ꝙ nullum locum ordinis obtinet: aliquid tamen ſignificat. que medietas duplata in locum ſuum recipietur in duplatione. Si prima figura ſignificet aliū digitū ab vnitate: ille numerus aut erit par aut impar. Si par: loco eius ſcribat medietas illius paris. Si impar: ſume proximum parem ſub illo contentū et pone medietatem illius paris. De vnitate autem que remanet medianda: fac vt prius. hoc facto medianda eſt ſecunda. Si autem ſit cifra: pretermittatur intacta. Si vero ſit ſignificatiua: aut erit par aut impar. Si par: loco eius delete ſcribatur medietas eius. Si impar: ſume proximum parem ſub illo contentum/ et in loco illius imparis delete ponatur eius medietas. Vnitas autem que remanet medianda: reſpectu precedētis valet. 10. Diuidatur ergo ille denarius in duos quinarios: et vnus abiiciatur/ et reliquus addatur figure precedenti. Si autem cifra fuerit cui debet fieri additio: deleatur et in loco eius ſcribatur. 5. et ſic operandum eſt donec totalis numerus medietur. ¶ De duplatione quinta ſpecie.

d Vplatio eſt numeri propoſiti ad ſeipſum aggregatio: vt videatur ſumma excreſcens. In duplatione vero tantum eſt vnus ordo figurarum neceſſarius: et inchoandū eſt a ſiniſtra ſiue

ue a figura maiori/hoc est supra figuram/maiorem numerum representãtem. In tribus quidē precedentibus speciebus inchoauimus a dextra et a figura minori. In hac autē specie et in oĩbus sequētibus inchoam⁹ a sinistra. De quo daṫ hic versus. Substrahis aut addis a dextris aut mediabis A leua dupla/diuide/multiplica. Extrahe radicem duplam sub parte sinistra. Qm̄ si a prima figura incipias duplare: continget quandoꝗ idem bis duplari. Et licet aliquo modo possemus operari incipiendo a dextris: difficilior tamen doctrina esset & operatio. Si velis igitur aliquem numerū duplicare: scribatur ille numerus per suas differentias et dupletur vltima. et a duplatione aut excrescit digitus/aut articulus/aut numerus compositus. Si digitus: loco illius delete scribatur digitus excrescēs. Si articulus: loco illius delete scribatur cifra/et transferatur articulus versus sinistrā. Si vero cōpositus: loco illius scribatur digitus qui est pars illius numeri compositi/et sinistretur articulus. Hoc facto duplanda est penultima: et quicquid excreuerit/negociandū est vt prius. Si vero occurrit cifra: relinquenda est intacta. Sed si aliquis numerus cifre debeat addi: loco illius delete scribatur numerus addendus. eodē modo negociandum est de omnibus alijs. ¶ Probatio huius talis est. si recte duplaueris: media/et si recte mediaueris: dupla/et occurrunt eedē figure quas prius habuisti. Est eni duplatio/mediationis probatio et econuerso.

¶ De multiplicatione sexta specie.

m Vltiplicatio numeri per se vel per alium: est propositis duobus numeris tertij inuentio qui totiens cōtineat alterum illorum quot sunt vnitates in reliquo. In multiplicatione duo numeri sunt necessarij: sc3 numerus multiplicans et numerus multiplicandus. Numerus multiplicans aduerbialiter designatur. Numerus vero multiplicandus nominalem recipit denominationem. Potest etiam tertius numerus assignari qui productus dicitur: proueniens ex ductu vnius in alterum. Notandum est ꝙ de multiplicante potest fieri multiplicandus et econuerso: manente semper eadem summa. et hoc est quod cōmuniter dicitur. Omnis numerus conuertitur in se multiplicando. ¶ Sunt autē sex regule multiplicationis. quarum prima est talis. Quando digitus multiplicat digitum: substrahatur minor digitus ab articulo sue denominationis per differentiam maioris digiti ad denarium/denario simul computato. Verbigratia. Si vis scire quot sunt quater 8/vide vnitates inter 8 et 10. denario simul computato/et patet ꝙ sūt due. Substrahatur ergo quaternarius a 40 bis: et remanent. 32. sūma totius multiplicationis. Similiter agendū est si digitus multiplicat seipsum. ¶ Secunda. Quando digitus multiplicat articulum: ducendus est digitus in digitum a quo denominatur ille articulus per primā regulam: et quelibet vnitas valebit 10 et quilibet articulus valebit 100. ¶ Tertia. Quando digitus multiplicat numerum compositum: ducendus est digitus in vtramꝗ partem numeri compositi/Ita ꝙ digitus in digitum per primam regulā/in articulum per secundam. Postea producta iungantur: et erit summa totius. ¶ Quarta. Quando articulus multiplicat articulum: ducendus est digitus a quo denominatur vnus illorum in digitū a quo denominaṫ reliquus/et quelibet vnitas valebit 100 et quilibet denarius 1000. ¶ Quinta. Quando articulus multiplicat numerum compositum: ducendus est digitus articuli in vtramꝗ partem numeri compositi et cōiungantur producta/et patebit summa. ¶ Sexta. Quando numerus compositus multiplicat numerum compositum: ducenda est vtraꝗ pars numeri multiplicantis in vtramꝗ partem numeri multiplicandi. et sic ducetur bis: quia semel in digitum/et semel in articulum. articulus similiter, bis: semel in articulum/et iterum in digitum. Hic tamen vbiꝗ articulus non nisi ad principales extēdatur articulos. Si velis igitur aliquem numerum multiplicare per se vel per alium: scribe numerum multiplicandum per suas differentias in superiori ordine/numerum vero multiplicantem per suas in inferiori: ita tamen ꝙ prima inferioris sit sub vltima superioris. Quo facto: ducetur vltima multiplicātis in vltimam multiplicandi. Ex illo igitur ductu aut excrescit digitus/aut articulus/aut numerus compositus. Si digitus: ex directo suprapositio figure multiplicantis scribatur digitus excrescens. Si articulus: ex directo figure multiplicantis scribatur cifra/et transferatur articulus versus sinistram. Si numerus compositus: ex directo figure multiplicantis scribatur digitus qui est pars illius compositi/et sinistretur articulus vt prius. Hoc facto ducenda est penultima multiplicantis in vltimam multiplicandi: et quicquid excreuerit/negociandū est vt prius. et sic fiat donec perueniatur ad primam multiplicātis: que ducenda est in vltimam multiplicandi. et ex illo ductu aut excrescit digitus aut articulus aut numerus cōpositus. vt prius. Si digitus: loco superioris delete scribaṫ digitus excrescens. Si articulus: loco superioris delete scribatur cifra/et sinistretur articulus. Si numerus compositus: loco superioris delete scribatur digit⁹ qui est pars illius compositi/et sinistretur articulus vt prius. Hoc facto anteriorāde sunt figure nu-

meri multiplicantis per vnicam differentiam: ita scilicet ꝙ prima multiplicantis sit sub penultima multiplicandi: et sic de reliquis per vnum locum anterioratis. Hoc facto ducenda est vltima multiplicantis in vltimam multiplicandi: sub qua est prima multiplicantis. Ex illo autem ductu aut excrescit digitus aut articulus aut numerus compositus. Si digitus: ex directo figure suprapositе addatur. Si articulus: transferatur versus sinistram. Si numerus compositus: addatur figure suprapositе digitus/ et sinistretur articulus. Similiter quelibet figura numeri multiplicantis ducenda est in penultimam multiplicandi: donec perueniatur ad primam multiplicantis/ vbi operandū est quēadmodum dicebatur de prima. Deinde vt prius anteriorande sunt figure multiplicantis per vnicam differentiam. Nec cessandum est a tali anterioratione nec a tali ductu: quousqꝫ quelibet figura numeri multiplicantis ducatur in quamlibet figuram numeri multiplicandi. Si autem cōtingat ꝙ prima figura numeri multiplicantis sit cifra/ et ei supponatur figura significatiua: loco illius superioris delete scribatur cifra. Si autem occurrat cifra inter primam et vltimam inferioris ordinis et directe supraponatur figura significatiua: relinquenda est intacta. Si vero spacium ei suppositum sit vacuum: in eodem spacio scribenda est cifra. Si cifra sit inter primam et vltimā numeri multiplicandi: anteriorandus est ordo figurarum numeri multiplicantis per duas differentias. quoniā ex ductu alicuius numeri in cifram nichil resultat. ℂ Ex predictis patet ꝙ si prima figura numeri multiplicandi sit cifra: sub ea non debet fieri anterioratio. Sciendum est ꝙ in multiplicatione/ diuisione et radicum extractione competenter potest relinqui spacium vacuum inter duos ordines figurarum: vt ibi ponatur quod prouenit addendum aut substrahendum ne aliquid memoria excidat.

ℂ De diuisione septima specie.

d Iuisio numeri per numerum/ est propositis duobus numeris/ maioris in tot partes distributio: quot sunt vnitates in minori. Notādum ꝙ in diuisione sunt tres numeri scilicet numerus diuidendus/ et numerus diuidens siue diuisor/ et numerus denotans quotiens siue numerus exiens. Numerus autem diuidendus semper debet esse maior vel saltem par numero diuisori: si debeat fieri diuisio per integra. Si velis igitur aliquem numerum per alium diuidere: scribe numerum diuidedum in superiori ordine per suas differentias/ diuisorem vero in inferiori per suas. Ita ꝙ vltima sit sub vltima: et penultima sub penultima/ et ita de aliis si competenter fieri possit. Sunt autem due regule quare vltima sub vltima collocari non potest. aut quia vltima inferioris ordinis substrahi non potest ab vltima superioris: eo ꝙ est minor inferiori. aut quia licet vltima aliquotiens possit substrahi a sua superiori: relique non possunt totiens a suis suprapositis. vt si vltima inferioris sit par figure suprapositе: penultima siue antepenultima sit maior. His itaqꝫ ordinatis incipiendum est operari ab vltima figura numeri diuisoris. et videndum est quotiens possit substrahi a figura sibi suprapositа: ita ꝙ totiēs possint substrahi relique a suis suprapositis et residuo/ si aliquid fuerit residuum. Et notandum ꝙ non contigit pluries substrahere ꝙ̄ nouies/ nec minus ꝙ̄ semel. Viso ergo quotiens figure ordinis inferioris possint substrahi a suis superioribus: scribēdus est numerus denotans quotiens ex directo suprapositо illius figure/ sub qua est prima figura numeri diuisoris. et per illam figuram substrahende sunt omnes figure inferioris ordinis a superioribus. Hoc facto anteriorande sunt figure numeri diuisoris per vnicam differentiam versus dextram: et negociandum est vt prius. Si autē aliquotiens contingit post anteriorationem ꝙ non aliquotiens possit substrahi vltima inferioris a figura sibi suprapositа: supra figuram sub qua est prima numeri diuisoris directe scribenda est cifra in ordine numeri denotantis quotiens/ et anteriorande sunt figure vt prius. Similiter vbicunqꝫ contingit in numero diuidendo ꝙ diuisor nō possit substrahi: ponenda est cifra in ordine numeri denotantis quotiens/ et anteriorāde sunt figure vt prius. Nec cessandum est a tali anterioratione/ nec a numeri denotantis positione/ nec a ductu numeri denotantis quotiens in diuisorem/ nec a diuisoris substractione: donec prima diuisoris sit substracta a prima diuidendi. Quo facto aut erit aliquid residuum aut nichil. Si aliquid: reseruetur exterius in tabula/ et erit semper minus diuisore. Si igitur velis scire quot vnitates proueniant de numero denotante diuidentem cuiuslibet numeri diuisoris: numerus denotans quotiens hoc ostendit. Cū itaqꝫ talis diuisio facta fuerit/ et probare velis vtrum bene feceris necne: multiplica numerum denotantem quotiens per diuisorem/ et sic redibunt eedē figure quas prius habuisti si nichil fuerit residuū. Sed si aliquid fuerit residuum: tunc cum additione illius residui redibunt eedem figure/ et ita multiplicatio probat diuisionem et econuerso. vt si facta multiplicatione diuidatur productū per multiplicantem: et exibunt in numero denotante quotiens: figure numeri multiplicandi.

ℂ De progressione octaua specie.

p Rogressio est numerorum secundum equales excessus ab vnitate vel binario sumptorũ aggregatio: vt vniuersorum summa compendiose habeatur. ¶ Progressionum alia est naturalis siue continua/alia intercisa siue discontinua. Naturalis est illa quando incipitur ab vnitate et non omittitur aliquis numerus: vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. et sic semper numerus sequẽs superat precedentem vnitate solum. Intercisa est quando vniformiter omittitur aliquis numerus: vt. 1. 3. 5. Similiter a binario potest incipere: vt. 2. 4. 6. et sic semper numerus sequens superat precedentẽ duabus vnitatibus. ¶ Notandum est ꝙ de progressione naturali due dantur regule. ¶ Prima. Quandocumq; progressio naturalis terminatur in numerum parem: per medietatem ipsius multiplica numerum proximum totali superiorem Verbi gratia. 1. 2. 3. 4. multiplica. 5. per. 2. sic bis. 5. et exibit. 10. summa totius progressionis. ¶ Secunda. Quando progressio naturalis terminat͛ in numerum imparem: per maiorem portionem ipsius multiplica numerum totalem. Verbigratia. 1. 2. 3. 4. 5. multiplica. 5. per. 3. sic/ter. 5: et resultãt. 15. numer⁹ totius progressionis. ¶ De progressione intercisa similiter dantur due regule. ¶ Prima. Quando progressio intercisa terminatur in numerum parem: per medietatem eius multiplica numerum superiorẽ proximum medietati. vt 2. 4. 6. multiplicetur 4 per 3: sic ter 4./et resultabit duodenarius/summa totius progressionis. ¶ Secũda. Quãdo progressio intercisa terminatur in numerum imparem: multiplica maiorem portionẽ per seipsam. Verbigratia. 1. 3. 5. multiplicetur. 3. per se: sic/ter. 3. et erit. 9. summa totius progressionis.

¶ Capitulum preambulũ de radicum extractione/huius artis nona specie.

f Equitur de radicum extractione: et primo in numeris quadratis. Vnde videndum est quid sit numerus quadratus/et que radix numeri quadrati/et quid sit radicem extrahere: prenotanda tamen hec est diuisio. Numerorum alius linearis/alius superficialis. Linearis est qui consideratur penes processum non habito respectu ad ductionem numeri in numerum. vt. 5. siue 7. et hij consimiles solum vnum habent numerum: sicut linea tantum vnicam habet dimẽsionem scilicet longitudinem. Numerus superficialis est qui prouenit ex ductu numeri in numerum. Et dicitur superficialis/quia habet duos numeros denotantes siue mensurantes ipsum: sicut superficies duas habet dimensiones scilicet longitudinem et latitudinem. ¶ Sed numerus dupliciter potest duci in numerum: aut semel/aut bis. Si semel: aut in se aut in alium. Sciendum est ꝙ si ducatur in seipsum semel: fit quadratus numerus. Si ducatur in alium: fit numerus superficialis et nõ quadratus. vt. 2. ducta in. 3. constituunt senarium: numerum superficialem et nõ quadratum. Vnde patet ꝙ omnis numerus quadratus est superficialis/sed non conuertitur. Radix autem numeri quadrati est ille numerus qui ducitur in se vt bis 2 sunt 4. quaternarius igitur est primus numerus quadratus: et binarius est radix eius. et dicitur quadratus quia diuisim scriptus per vnitates habebit quatuor latera equalia ad modum quadrãguli. Si autem bis ducatur numerus in numerum: faciet numerum solidum. Numerus solidus est qui prouenit ex duplici ductu numeri in numerum. et dicitur solidus quia sicut corpus solidum tres habet dimensiones: ita iste numerus tres habet numeros producentes se. Sed numerus potest dupliciter duci in numerum bis: aut in se aut in alium. Si igitur numerus bis ducatur in se vel semel in suum quadratum (quod idem est) fit numerus cubicus: et dicitur cubicus ab hoc nomine cubus cubi quod est solidum. est autẽ cubus corpus sex habens superficies/octo angulos et duodecim latera. Si vero bis ducatur numerus in aliũ: fit numerus solidus et non cubicus. vt bis 3 bis constituunt 12. Vnde patet ꝙ omnis numerus cubicus est solidus: sed non conuertitur. Ex predictis patet ꝙ idem numerus est radix numeri quadrati et cubici: nõ tamẽ radicis illius idem est quadratus et cubicus. Cuius ratio est quia omnis numerus potest esse radix quadrati et cubici: sed nõ omnis numerus est quadratus vel cubicus. Cum igitur ex ductu vnitatis in se ducte semel vel bis nichil proueniat nisi vnitas: dicit Boetius in Arithmetica ꝙ vnitas potentialiter est omnis numerus: nullus tamen actu. ¶ Notandũ est ꝙ inter quoslibet proximos quadratos est vnicũ medium proportionale: quod prouenit ex ductu vnius radicis quadrati in radicem alterius. Inter duos cubicos est duplex mediũ proportionale: scilicet minus medium et maius. Minus medium prouenit ex ductu radicis maioris cubici in quadratum minoris. Maius vero: si ducatur radix minoris cubici in quadratum maioris. Cum igitur de vltima summa solidorum siue minorum in arte presenti non fuit processus: tamen proprie nouem limites minorum distinguũtur. Est enim limes minorum eiusdem nature extremis cõtentorum terminis cõtinua ordinatio. Vnde primus limes est nouem digitorum cõtinua progressio. Secundus limes est nouem articulorum principalium. Tertius centenariorum. Quartus millenariorum. Tres ceteri resultant in compositis per digitorum appositionem: supra quemcumq; articulorũ trium predicto-

Boetius.

rum.et si alter alteri preponatur. Sed per finalis termini rationem ex millenarij receptione supra se quocunq; alio precedente semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum: resultat penultimus et vltimus limes. ℭ De radicum extractione in numeris quadratis.

Radicem numeri quadrati extrahere est proposito aliquo numero radicem eius quadratā inuenire: si numerus propositus fuerit quadratus. Si vero non sit quadratus: radicem maximi quadrati sub numero proposito est inuenire. Si velis igitur alicuius numeri radicem quadratam inuenire: scribe numerum illum per suas differentias/et computa numerum figurarū vtrum sit par vel impar. Si par: incipiendum est operari sub penultima. Si impar: sub vltima. et vt breuiter dicatur semper ab vltima impari incipiendum est. Sub vltima igitur figura in impari loco posita: inueniendus est quidam digitus qui ductus in se deleat totum sibi suprapositum respectu sui vel inq̄tum vicinius potest. Tali digito inuento et a superiori substracto: duplandus est ille digitus. et duplatum ponendum est sub proxima figura anteriori versus dextram/et eius subduplū sub illo. Quo facto: inueniēdus est quidam digitus sub prima figura proxima ante duplatum: qui ductus in duplatum deleat totum sibi suprapositum respectu duplati. Deinde ductus in se deleat totum suprapositum respectu sui/vel inq̄tum vicinius potest. Vel potest ita substrahi digitus inuētus: vt ducatur in duplatum vel duplata/et postea in se. Deinde illa duo producta simul addātur: ita ꝙ prima figura vltimi producti addatur ante primum primi producti/secūda addatur prime/et ita deinceps. et simul substrahatur a totali numero respectu digiti inuenti. Si autem cōtingat ꝙ non possit aliquis digitus inueniri: tunc ponenda est cifra sub cifra sub tertia figura/et anteriorandum est primum duplatum cum suo duplo. Nec cessandum est a talis digiti inuentione/nec a digiti inuēti duplatione/nec a duplatorū anterioratione/nec et a subdupli subduplo positione: donec sub prima figura inuentus fuerit quidam digitus qui ductus in omnes duplatos deleat totum suprapositū respectu sui vel inq̄tum vicinius potest. Quo facto: aut aliquid erit residuum vel nichil. Si nichil: constat ꝙ numerus propositus fuerit quadratus/et eius radix est digitus vltimo inuentus cum subduplo vel subduplis ita ꝙ preponatur. Si vero aliquid fuerit residuum: constat ꝙ numerus ꝓpositus non fuit quadratus sed digitus/et sic primo datus numer⁹ est radix maximi quadrati sub numero proposito contenti. Ceterū si velis probare vtrū bene feceris necne: multiplica digitum vltimo inuentum cum subduplo vel subduplis in seipsa: et redibunt eedem figure quas prius habuisti si nichil fuerit residuum. Sed si aliquid fuerit residuum: tunc cum additione illius residui redibunt eedem figure quas prius habuisti. ℭ De radicū extractione in numeris cubicis.

Sequitur de radicum extractione in numeris cubicis. Vnde vidēdum est quid sit numerus cubicus/et que radix eius/et quid sit radicem cubici extrahere. Est enim numerus cubicus vt patet ex predictis: qui prouenit ex ductu alicuius numeri bis in se aut semel in suū quadratū. Radix numeri cubici est ille numerus qui ita bis ducitur in se vel semel. Vnde patet ꝙ numerus cubicus et quadratus habent eandem radicem: sicut superius dictum est. Radicem autem cubici extrahere est numeri propositi radicē inuenire: si numerus cubicus sit propositus. Si vero non sit cubicus: tunc radicem cubici extrahere est maximi cubici sub numero proposito contenti radicem inuenire. Proposito igitur aliquo numero cuius radicem cubicam velis extrahere: primo cōputande sunt figure per quartas siue per loca millenariorum/et sub vltimo loco millenarij inueniēdus est quidam digitus: qui ductus in se cubice deleat totum suprapositū respectu sui/vel quanto vicinius potest. Quo facto triplandus est ille digitus: et triplatū ponēdum est sub proxima figura tertia versus dextram/et subtriplū sub triplo. Deinde inueniendus est quidam digitus sub prima figura ante triplatum: qui cum subtriplo ductus in triplatū et postea sine subtriplo ductus in productum/deleat totum suprapositum respectu triplati. Deinde ductus in se cubice deleat totū suprapositum respectu sui: vel quanto vicinius potest. Hoc facto triplandus est digitus ille iterum: et triplatum ponendum est sub prima figura veluti prius/et eius subtriplum sub eo. Postea anteriorandum est primū triplatum cum suo subtriplo per suas differentias. Deinde inueniendus est quidam digitus sub proxima figura ante triplatū/qui cum subtriplis ductus in triplata et postea sine subtriplis ductus in productum deleat totum suprapositum respectu triplati. vt prius. Nec cessandum est a tali digiti inuentioe/nec a digiti inuēti triplatione/nec a triplati anterioratione per suas differentias/nec a tripli sub triplo positione/nec a tali multiplicatione/nec a tali substractione/donec peruētum fuerit ad primam figuram: sub qua inueniendus est quidam digitus qui cum subtriplis vt supra. etc. Deinde ductus cubice vt supra. etc. ℭ Notandum est ꝙ productum prouenieñs ex ductu digiti inuenti cum subtriplo vel subtriplis in triplata/et postea sine subtriplo vel subtri-

plis in productum/et iterum productum quod prouenit ex ductu digiti inuenti in se:possunt ad di et simul substrahi a totali numero supraposito respectu digiti inuenti. et idē est ac si fiat diuisim. Hoc facto:aut aliquid erit residuum vel nichil. Si nichil:constat ꝙ numerus ille propositus fuit cubicus/et eius radix est digitus vltimo inuentus propositus sub triplo vel sub triplis. que radix si ducatur in se et postea in productū:erunt eedē figure que prius. Si vero aliquid sit residuū:constat ꝙ numerus ille non fuit cubicus. sed digitus vltimo inuentus cum subtriplis est radix maximi cubici sub numero proposito contenti. que radix si ducatur in se et postea in productum:emerget maximus cubicus sub numero proposito cōtentus. et si illi cubico addatur residuum reseruatum in tabula:erunt eedem figure que prius. Si autem digitus post anteriorationem inueniri non poterit: ponenda est cifra sub cifra sub quarta figura versus dextram/et anteriorande sunt figure. ¶Notādū est ꝙ si in numero proposito nō sit aliquis locus millenarij:incipiendum est operari sub prima figura. In hac autem radice extrahenda solebant quidam distinguere numerum propositum per ternarios:et semper incipere operari sub prima figura ternarij siue completi siue incōplen/qui modus operandi idem est cum predicto.

¶Opusculi de praxi numerorum quod Algorismum vocant/finis.

Index eorum que in hoc opusculo annotatu digniora sunt.

Absolutum in almo Parhisiorum studio/
Anno dñi qui numero definiuit omnia
1503.